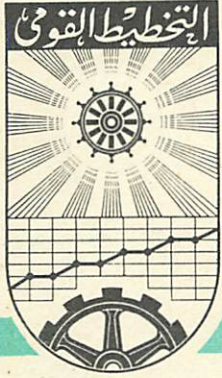


# الجمهورية العربية المتحدة



## مَعهد التخطيط القومى

مذكرة رقم ( ١٤٩ )

بعض المفاهيم الأساسية

فى

اقتصاد الانتاج الزراعى

اعداد

دكتور كمال أحمد الجبلى - نذورى

ابريل ١٩٦٠

القاهرة

٣ شارع محمد منظر - بالزمالك



الآراء التي وردت في هذه المذكرة  
تمثل رأى الكاتب ولا تمثل رأى المعهد ذاته

## أولا : تمهيد

يدخل فرع اقتصاد الانتاج ضمن العلوم التطبيقية لكونه فرعاً يبحث في تطبيق المبادئ والقواعد المختلفة للنظرية الاقتصادية في نشاط الانتاج الزراعى . أى بالاحرى فانه يبحث في الجوانب التطبيقية للقواعد والقوانين والمبادئ الاقتصادية ومدى تطبيقها في استخدام وتوجيه عناصر الانتاج الزراعى، وفي تحديد العلاقات الانتاجية لهذه العناصر بهدف تعظيم الانتاج الزراعى وتقليل التكاليف أو الاسراف أو الضياع في استخدامها .

وعلى هذا يمكن القول بأن فرع اقتصاد الانتاج الزراعى يتركز اساسا على دراسة الظواهر Phenomena المختلفة التى لها علاقه أو أثر على الكفاءة الاقتصادية لعناصر الانتاج الزراعى، لهذا فان البحث فى مجال هذا الفرع يدور اساسا حول الجوانب التالية :

- متطلبات وامكانيه الوصول الى الاستخدام الأمثل لعناصر الانتاج الزراعى ( الأرض ، والعمل ، رأس المال ، الاداره ) .
- الوسائل والطرق المختلفه التى يمكن بها تطوير الاستخدام الحالى لعناصر الانتاج نحو استخدام أفضل ، والعوامل المؤثره على استخدام هذه العناصر .
- نوع وحجم الانتاج اللازم وعناصر الانتاج المطلوبه على مختلف المستويات الانتاجية .

وعموما فان هذه الجوانب المختلفه لمجالات البحث لفرع اقتصاد الانتاج الزراعى تشير الى علاقته الوثيقه بين هذا الفرع وفرع التخطيط الزراعى . فالتخطيط الزراعى يعرف بأنه منهج علمى يستهدف أكبر قدر من التنميه الزراعيه بأقل قدر من الجهد أو التكاليف ومن الاسراف أو الضياع للموارد الزراعيه الطبيعيه والبشريه والماديه وذلك فى أقصر وقت ممكن . وبديهي فان التخطيط الزراعى لا يمكن أن يحقق ما يستهدفه من التنميه الزراعيه الا اذا عمل على استخدام افضل فى تعبئة وتوجيه الموارد الزراعيه وهذا بدوره لا يتحقق الا من خلال الجوانب التاليه :



- تشغيل الوحدات الانتاجيه القائمه وتجنب بقاء أى طاقات انتاجيه معطله .
- العمل على رفع الكفاءه الاقتصاديه لمختلف العناصر الانتاجيه المتاحه .
- العمل على تجنب الفقد والاسراف للموارد الانتاجيه من خلال الصيانه الاقتصاديه لهذه الموارد .

وطبيعى فان هذه الجوانب الاخيره لها علاقه وثيقه بالجوانب المختلفه المشار اليها لمجالات البحث فى فرع اقتصاد الانتاج الزراعى .

ولدراسة أسس ومبادئ اقتصاد الانتاج الزراعى كأحد فروع العلوم التطبيقيه لابد من التعرف على الكثير من المفاهيم النظرية الاساسيه فى اطار النظرية الاقتصاديه خصوصا فيما يتعلق بالانتاج والتكاليف الانتاجيه .



### ثانيا : نظرية الانتاج : The theory of production

تعتبر نظرية الانتاج الأداة الأساسية لتحديد العلاقة بين عناصر الانتاج وانتاج هذه العناصر ، فتستخدم مبادئ هذه النظرية في تحليل أسعار هذه العناصر وطبيعتها استغلالها وطرق توجيهها الى الاستخدامات البديلة في الأوجه الانتاجية المختلفة ، وأيضا في توزيع العائد من استخدام وتعبئة هذه العناصر في العملية الانتاجية .

وفي الواقع فان نظرية الانتاج توازي في نواحي عديدة نظرية طلب المستهلك The theory of consumer demand ، فنجد أن المنشأ هو الوحدة الاقتصادية التي يعتمد عليها التحليل في نظرية الانتاج بينما المستهلك هو الوحدة الأساسية للتحليل في نظرية طلب المستهلك ، كما نجد أن المستهلك يحاول تعظيم اشباعه من الدخل المتاح له الذي ينفق على السلع والخدمات المختلفة بينما نجد أن المنشأ تحاول تعظيم انتاجها بالانفاق الممكن لها الذي توجهه في استخدام بعض العناصر . ويبرز الاختلاف الأساسي بين النظريتين في أن الدخل المتاح The disposable income لدى المستهلك يعتبر ثابتا بينما الانفاق الممكن The possible outlay للمنشأ يعتبر متغيرا .

وعموما فان نظرية الانتاج تعتمد على ايضاح العلاقة بين المدخلات والمخرجات في العملية الانتاجية ، أى بين عناصر الانتاج وانتاجها ، وقد تكون هذه العلاقة بين عنصر انتاجى وانتاجه أو بين عنصرين للانتاج وانتاجهما أو انتاج وآخر .

### (١) العلاقة بين عنصر انتاجى وانتاجه : Factor-factor relationship

تعرف العلاقة بين عنصر انتاجى وانتاج هذا العنصر بدالة الانتاج The Production function وقد يرمز للدالة الانتاجية رياضيا بالمعادلة التالية :

$$ص = د (س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، \dots ، س_n)$$

حيث أن :

ص = الغلة الكلية

س = عناصر الانتاج المستخدمه .

وتعنى هذه المعادله الى أن الغلة الكلية (ص) تعتمد على عناصر الانتاج المستخدمه س<sub>١</sub> ، س<sub>٢</sub> ، س<sub>٣</sub> ، ..... ، س<sub>ن</sub> . وفى الحقيقه فان الغلة الكلية يمكن أن تتغير اما بتغير كل عناصر الانتاج المستخدمه بنسب متساويه أو بتغير بعض عناصر الانتاج دون الأخرى ، فاذا تغيرت الوحدات المستخدمه من كل عنصر من عناصر الانتاج بنسب متساويه وأدى هذا الى تغير الغلة الكلية بنفس النسبه أطلق على هذه الداله بأنها داله انتاجيه متجانسه خطيه Linearly homogeneous production function فمثلا اذا تضاعفت وحدات كل عناصر الانتاج المستخدمه أدى هذا الى مضاعفه الغلة الكلية . وتمثل المعادله التاليه صورته مبسطه للداله الانتاجيه المتجانسه الخطيه :

$$ص = د \sqrt[١٠]{س_١ س_٢}$$

حيث أن :

ص = الغلة الكلية

د = قيمه ثابتة موجبه ولتكن قيمتها ١٠ .

س<sub>١</sub> = عنصر انتاجى مستخدم وليكن القدر المستخدم ٢ وحده

س<sub>٢</sub> = عنصر انتاجى مستخدم وليكن القدر المستخدم ٢ وحده

وطبقا لهذه الافتراضات تبلغ الغلة الكلية عشرين وحده على أساس أن :



$$ص = 10 = \sqrt{2 \times 2} = 20$$

وإذا فرض أن تضاعفت الوحدات المستخدمة من كل من س<sub>١</sub> ، س<sub>٢</sub> فان الغلة الكلية تتضاعف وتصل الى ٤٠ وحدة كما يلي :

$$ص = 10 = \sqrt{4 \times 4} = 40$$

أى أن مضاعفة وحدات كل عنصر من عناصر الانتاج المستخدمة أدى الى مضاعفه وحدات الغلة الكلية المحققة .

وعموما فان الافتراضات التى تتركز عليها هذه الدالات الانتاجية الخطية قد تكون لها فائده أو أهميه فى بعض الدراسات النظرية كدراسات الاقتصاد القياسى Econometric studies أو أساليب البرمجة الخطية Linear programming techniques ولكنها كثيرا ماتكون بعيدة عن التطبيق العملى خصوصا فى مجال النشاط الانتاجى الزراعى .

لهذا فان الواقع العملى فى المجال الانتاجى يشير الى أن تغير الغلة لعنصر انتاجى معين قد ينتج عن تغير الوحدات المستخدمة من هذا العنصر دون تغير الوحدات المستخدمة من العناصر الأخرى للانتاج ، أو قد ينتج عن تغير وحدات كل عناصر الانتاج المستخدمة ولكن بنسب مختلفه ، وبديهي فان هذه الافتراضات تختلف عن تلك الافتراضات التى تعتمد عليها الدالات الانتاجية الخطية . وعلى هذا فان الأجزاء المقبله ستوجه الى دراسة الدالات الانتاجية الغير خطية .

أسم قوانين الغلة : The laws of returns

يجدر أولا قبل أن نتعرف على قوانين الغلة أن نتعرف على بعض المفاهيم الأولية للغلة

كفاهيم الغله الكليه والغله المتوسطه والغله الحديه ومنحنيات الغله الكليه والمتوسطه والحديه والعلاقه بين هذه المنحنيات المختلفه .

فيشير مفهوم الغله الكليه لعنصر انتاجي معين الى اجمالي الغله الناتجه عن استخدام وحدات من هذا العنصر ، ويمكن ايضاح هذا باستعراض الأرقام الافتراضيه لكل من الغله الكليه والمتوسطه والحديه المدونه في الجدول رقم ( ١ )

جدول رقم ( ١ )

الغله الكليه والمتوسطه والحديه الافتراضيه لوحدات العنصر المتغير

| وحدات العنصر المتغير | الغله الكليه | الغله المتوسطه | الغله الحديه |
|----------------------|--------------|----------------|--------------|
| ١                    | ٨            | ٨              | ٨            |
| ٢                    | ١٨           | ٩              | ١٠           |
| ٣                    | ٣٠           | ١٠             | ١٢           |
| ٤                    | ٤٦,٠         | ١١,٥           | ١٦,٠         |
| ٥                    | ٥٧,٥         | ١١,٥           | ١١,٥         |
| ٦                    | ٦٣           | ١٠,٥           | ٥,٥          |
| ٧                    | ٦٣           | ٩              | صفر          |
| ٨                    | ٥٦           | ٧              | ٧ -          |
| ٩                    | ٤٥           | ٥              | ١١ -         |
| ١٠                   | ٣٠           | ٣              | ١٥ -         |



يتضح من الجدول السابق أن الغلة الكلية الناتجة عن استخدام الوحدات المتتالية للعنصر المتغير تزداد بزيادة وحدات هذا العنصر حتى تصل قيمتها القصوى إلى ٦٣ وحدة من الغلة عند استخدام ست وحدات من هذا العنصر .

أما الغلة المتوسطة فهي عبارة عن الغلة بواقع وحدة من العنصر المتغير أى أن الغلة المتوسطة عبارة عن الغلة الكلية مقسومة على عدد الوحدات المستخدمة من العنصر المتغير . فمثلا في العمود الثالث من الجدول رقم ( ١ ) فإن الغلة المتوسطة لاستخدام أربع وحدات من العنصر المتغير تبلغ ١١.٥ وحدة ، وبديهي فإن هذا القدر من الغلة المتوسطة عبارة عن خارج قسمه الغلة الكلية ( ٤٦ وحدة ) على عدد الوحدات المستخدمة من العنصر ( ٤ وحدات ) .

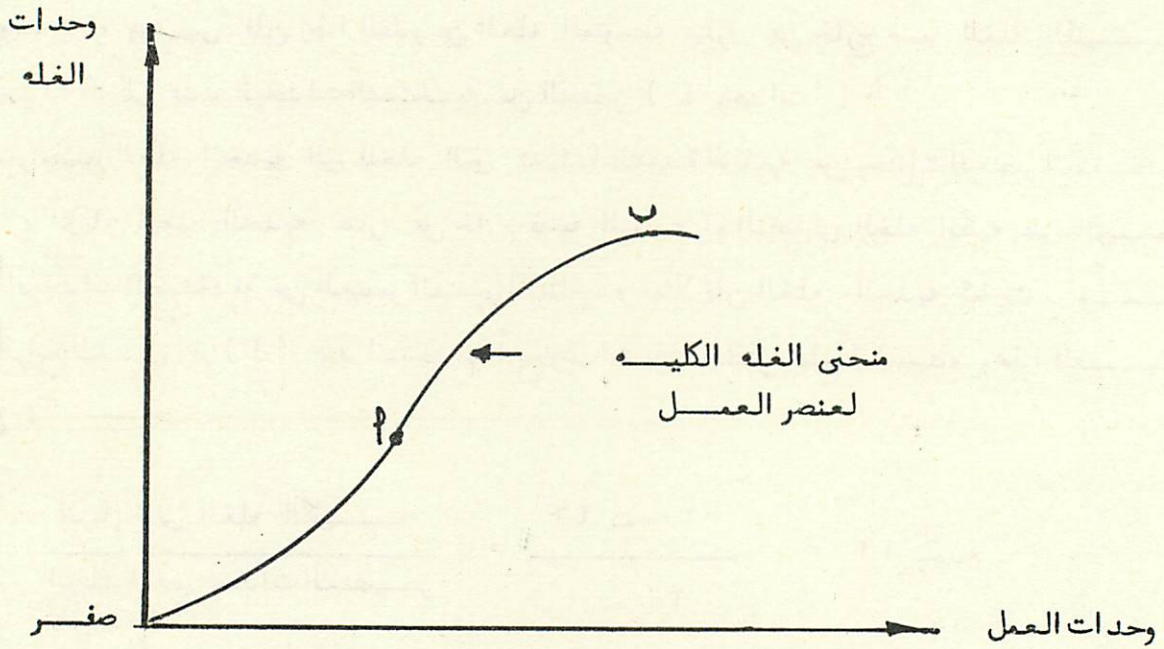
ويشير مفهوم الغلة الحدية إلى الغلة التي تضيفها الوحدة الأخيرة من وحدات العنصر المتغير للإنتاج ، أى أن الغلة الحدية عبارة عن خارج قسمه الزيادة أو النقص في الغلة الكلية على الزيادة في عدد الوحدات المستخدمة من العنصر المتغير للإنتاج ، فمثلا فإن الغلة الحدية كما يتضح من العمود الرابع للجدول رقم ( ١ ) عند استخدام أربع وحدات من العنصر تبلغ ١٦ وحدة وهذا القدر عبارة عن :

$$\text{الزيادة في الغلة الكلية} \div \text{الزيادة في وحدات العنصر} = \frac{٤٦ - ٣٠}{٤ - ٣} = ١٦ \text{ وحدة}$$

وفيما يتعلق بمنحنيات الغلة ، فإن منحنى الغلة الكلية لعنصر متغير للإنتاج تصور بيانيا العلاقة بين اجمالى الغلة لهذا العنصر وبين الوحدات المستخدمة منه ، والشكل رقم ( ١ ) يوضح هذه العلاقة .

شكل ( ١ )

منحنى الغلة الكليـهـ



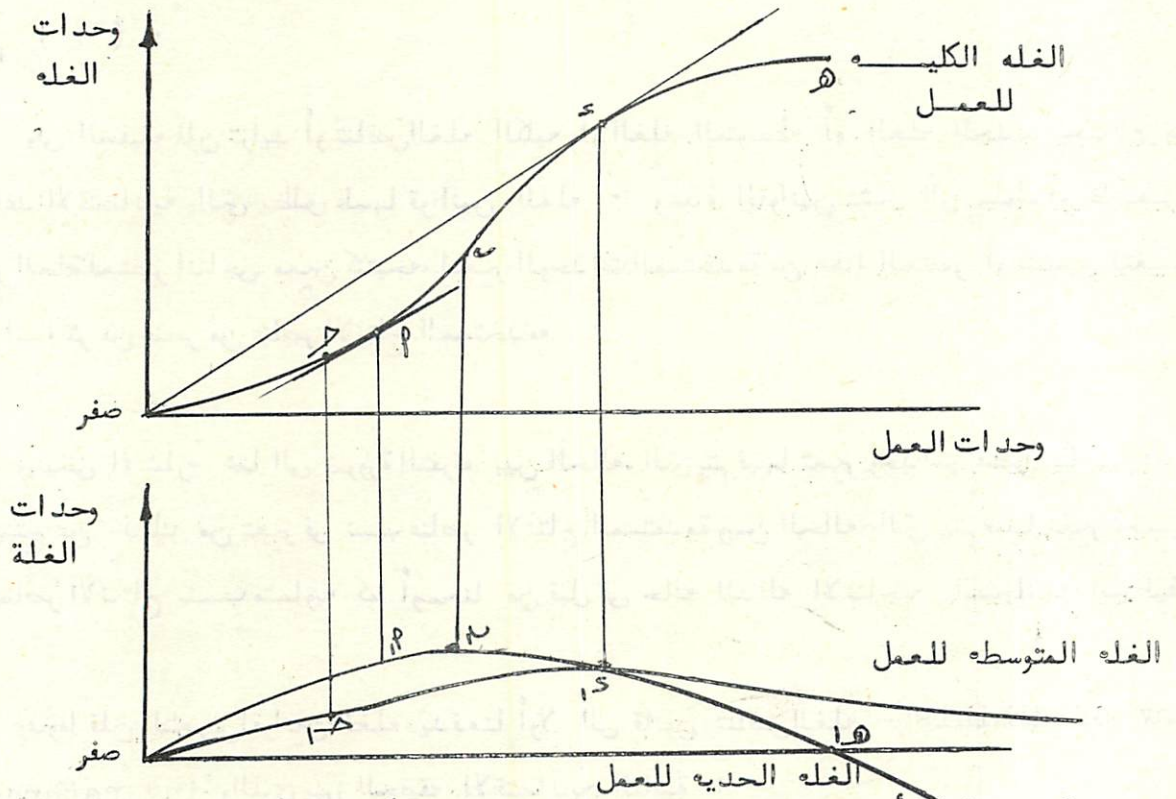
ويعتمد الشكل رقم ( ١ ) على افتراض ثبات بعض عناصر الانتاج وتغير الوحدات المستخدمـه من عنصر واحد وهو العمل ، ويوضح ان الغلة الكليه لعنصر العمل تتزايد بوحدات متزايدة حتى تصل النقطة أ ، وهي ما يطلق عليها بنقطة الانعطاف او نقطة الالتواء Inflection point والتي بعدها تبدأ الغلة الكليه فى الزيادة بوحدات متناقصة حتى تصل النقطة ب ، وهي النقطة التى تمثل أعلى مستوى للغلة الكليه . وبعد هذا فان الغلة الكليه تبدأ فى التناقص .



أما منحنى الغلة المتوسطة ومنحنى الغلة الحدي فيمكن اشتقاقهما من منحنى الغلة الكلي—  
كما يتضح من الشكل رقم (٢) .

شكل رقم ( ٢ )

منحنيات الغلة الكلية والمتوسطة والحدي للعمل



يتضح من الشكل رقم (٢) أن الغلة الحدية تتزايد حتى تصل إلى أقصى مستواها عند النقطة ب ١ ثم تتناقص حتى تبلغ الصفر عند النقطة هـ ١ ، أما الغلة المتوسطة فإنها تتزايد لتصل قدرها—  
الأكبر عند النقطة د ١ والتي عندها تتساوى الغلة المتوسطة والغلة الحدية ، ثم تتناقص—  
بعد ذلك .

وتقدر الغلة الحدية عند أى نقطة على منحنى الغلة الكليه بميل منحنى الغلة الكليه عند هذه النقطة والذي يمكن تقديره بميل المماس لمنحنى الغلة الكليه عند هذه النقطة .  
وتقدر الغلة المتوسطة عند أى نقطة على منحنى الغلة الكليه بميل الخط الواصل بين نقطتي البداية ( صفر ) وهذه النقطة على منحنى الغلة الكليه . لهذا فعندما يكون الخط الواصل بين نقطتي البداية ومنحنى الغلة الكليه مماسا لهذا المنحنى فان الغلة الحدية تساوى الغلة المتوسطة عند نقطة المماس ، وتبرز هذه الحقيقة عند النقطة د على منحنى الغلة الكليه فى الشكل رقم ( ٢ ) .

وفى الحقيقة فإن تزايد أو تناقص الغلة الكليه أو الغلة المتوسطة أو الغلة الحدية يحدده بعض القواعد الاقتصادية التى يطلق عليها قوانين الغلة . وهذه القوانين تشير الى سلوك أو طبيعته تغير الغلة لعنصر انتاجى معين كنتيجة لتغير الوحدات المستخدمة من هذا العنصر أو كنتيجة لتغير وحدات أكثر من عنصر من عناصر الانتاج المستخدمة .

وينبغى الاشارة هنا الى ضرورة التفرقة بين الحالة التى يتم فيها تغير وحدات عنصر انتاجى واحد وما ينتج عن ذلك من تغير فى نسب عناصر الانتاج المستخدمة وبين الحالة التى يتم فيها تغير وحدات كل عناصر الانتاج بنسب متساوية كما أوضحنا من قبل فى حالة الدالة الانتاجية المتجانسة الخطية .

لـ

وعموما فان التعرض لقوانين الغلة يدفعنا أولا الى قانون تناقص الغلة - The law of diminish- ing returns والذي يبرز الحقيقة الاقتصادية التالية :

" ان زيادة الكميات المستخدمة من عنصر انتاجى معين بوحدات متتالية متساوية مع بقاء عنصر او عناصر الانتاج الأخرى المستخدمة دون تغيير ، تؤدى الى أن الغلة الحدية الناتجة عن هذه الإضافات تتزايد حتى تصل مستوى معين ثم تبدأ فى التناقص ..... "



ويمكن متابعه هذه الحقيقه بالنظر الى البيانات الافتراضيه الواردة فى الجدول رقم ( ٢ ) :

جدول رقم ( ٢ )

الغله الكليه والمتوسطه والحديه الافتراضيه لوحدات السماد

| وحدات السماد | الغله الكليه | الغله المتوسطه | الغله الحديه |
|--------------|--------------|----------------|--------------|
| ١            | ٣            | ٣              | ٣            |
| ٢            | ٧            | ٣ ر ٥          | ٤            |
| ٣            | ١٢           | ٤ ر ٠          | ٥            |
| ٤            | ١٦           | ٤ ر ٠          | ٤            |
| ٥            | ١٨           | ٣ ر ٦          | ٢            |
| ٦            | ١٩           | ٣ ر ١          | ١            |
| ٧            | ١٩           | ٢ ر ٧          | صفر          |
| ٨            | ١٦           | ٢ ر ٠          | ٣ -          |
| ٩            | ١٢           | ١ ر ٤          | ٤ -          |
| ١٠           | ٧            | ٠ ر ٧          | ٥ -          |

ويتضح من الجدول رقم ( ٢ ) أن زيادة الوحدات التتاليه المتساويه للسماد أدت الى زياده الغله الحديه حتى بلغت أقصاها عند استخدام ثلاث وحدات من السماد ، وبعد هذا فان زياده وحدات السماد أدت الى تناقص الغله الحديه .  
ويجب الاشاره الى أن قانون تناقص الغله يتركز على فروض ثلاث :



١- افتراض وجود عنصر انتاجى - واحد على الأقل - ثابت دون تغيير كمياته المستخدمة ، حيث لا ينطبق قانون تناقص الغلة فى ظل التغيير المتجانس للكميات المستخدمة من كل العناصر دون بقاء احداها ثابت كما سبق الاشارة فى حالة الدالة الانتاجية المتجانسة الخطية .

٢- افتراض ثبات المستوى التكنولوجى فى النشاط الانتاجى .

٣- افتراض امكانيه تجزئه عناصر الانتاج المتغيره أى ما يسمى The divisibility of variable inputs وهذا يعنى امكانيه تغير النسب التى يستخدم بها عناصر الانتاج ، فاذا فرض أن بعض عناصر الانتاج لا بد وأن تستخدم معا بنسب معينه ثابتة فان زياده أحد هذه العناصر المتغيره بالنسبه المعينه الثابت المطلوبه دون زياده العناصر الأخرى بهذه النسبه ستؤدى الى عدم زياده الغلة الكلية وبالتالى عدم زياده الغلة الحديه وليس تناقصها كما يشير القانون .

كما ينبغى الاشارة الى حقيقة تفضيل صياغه قانون تناقص الغلة فى ضوء الغلة الحديه وليس فى ضوء الغلة المتوسطه ، أى أن القانون يشير الى أن زياده استخدام وحدات العنصر المتغير مع بقاء وحدات العنصر او العناصر الأخرى ثابتة تؤدى عند مستوى معين الى تناقص الغلة الحديه لهذا العنصر المتغير . ويعود هذا الى أهميه تعظيم الغلة الكلية ، فمثلا اذا فرض أن أحد المزارعين يرغب فى توزيع ١٦ وحده من وحدات العمل فى مشروعين أ ، ب فانه اذا أخذ فى توزيعه لوحدهات العمل بمعيار تساوى الغلة الحديه فى المشروعين وليس بمعيار تساوى الغلة المتوسطه ، فان الغلة الكلية تكون فى الحاله الأولى أكبر مما فى الحاله الثانيه ويمكن ايضاح ذلك بالاستعانه بالارقام الافتراضيه الموضحه فى الجدول رقم ( ٣ ) .



جدول رقم ( ٣ )

الغلة الكلية والمتوسط والحدي الافتراضي لوحدة العمل في المشروعين أ ، ب

| وحدات العمل | مشروع أ      |         |       | مشروع ب      |         |       |
|-------------|--------------|---------|-------|--------------|---------|-------|
|             | الغلة الكلية | المتوسط | الحدي | الغلة الكلية | المتوسط | الحدي |
| ١           | ٥            | ٥       | ٥     | ٨            | ٨       | ٨     |
| ٢           | ١٣           | ٦,٥     | ٨     | ١٨           | ٩       | ١٠    |
| ٣           | ٢٣           | ٧,٧     | ١٠    | ٣٢           | ١٠,٦    | ١٤    |
| ٤           | ٤٠,٨         | ١٠,٢    | ١٧,٨  | ٥٨,٤         | ١٤,٦    | ٢٦,٤  |
| ٥           | ٥١           | ١٠,٢    | ١٠,٢  | ٧٣           | ١٤,٦    | ١٤,٦  |
| ٦           | ٦٠           | ١٠      | ٩     | ٨٢           | ١٣,٧    | ٩     |
| ٧           | ٦٨           | ٩,٧     | ٨     | ٨٨           | ١٢,٦    | ٦     |
| ٨           | ٧٥           | ٩,٤     | ٧     | ٩٣           | ١١,٦    | ٥     |
| ٩           | ٨١           | ٩,٠     | ٦     | ٩٧           | ١٠,٨    | ٤     |
| ١٠          | ٨٦           | ٨,٦     | ٥     | ١٠٠          | ١٠      | ٣     |
| ١١          | ٨٩           | ٨,١     | ٣     | ١٠٠          | ٩,١     | صفر   |
| ١٢          | ٩١           | ٧,٦     | ٢     | ٩٦           | ٨       | ٤ -   |
| ١٣          | ٩٢           | ٧,١     | ١     | ٩١           | ٧       | ٥ -   |
| ١٤          | ٩٢           | ٦,٦     | صفر   | ٨٤           | ٦       | ٧ -   |
| ١٥          | ٩١           | ٦,١     | ١ -   | ٧٥           | ٥       | ٩ -   |
| ١٦          | ٨٨           | ٥,٥     | ٣ -   | ٦٥,٦         | ٤,١     | ٩,٤ - |

ويتضح من الجدول رقم ( ٣ ) أنه إذا تم توزيع وحدات العمل بين المشروع (أ) والمشروع (ب) على أساس أن يحقق هذا التوزيع تساوى الغلة الحدية لوحدات العمل ، فإن التوزيع سيتم بتوجيه تسع وحدات عمل الى المشروع (أ) وسبع وحدات الى المشروع (ب) لتحقيق غلة حدية متساوية فى المشروعين تساوى ست وحدات وعلى هذا تكون الغلة الكلية تساوى  $81 + 88 = 169$  وحدة ، ويعتبر هذا القدر من الغلة الكلية أكبر مما فى حالة توزيع وحدات العمل على أساس تحقيق غلة متوسطة متساوية حيث يتم التوزيع بتوجيه ست وحدات عمل الى المشروع (أ) وعشر وحدات عمل الى المشروع (ب) لتحقيق غلة متوسطة قدرها عشر وحدات ، أى أن الغلة الكلية طبقاً للتوزيع الأخير لوحدات العمل تساوى  $60 + 100 = 160$  وحدة فقط . لذا يفضل أن يشار الى

قانون تناقص الغلة على أنه قانون تناقص الغلة الحدية The law of diminishing

marginal returns وهناك حقيقة عامة بالنسبة لقانون تناقص الغلة

الحدية وهى أن حجم الزيادة أو النقص فى الحدية للعنصر المتغير مرتبط أساساً بنسبة الوحدات المستخدمة من هذا العنصر الثابت الى وحدات العنصر المتغير ، ويمكن ايضاح هذه الحقيقة بالنظر الى الأرقام الافتراضية لوحدات العمل والأرض المستخدمة والغلة الكلية والمتوسطة والحدية لعنصر العمل المدونه فى الجدول رقم ( ٤ ) .



جدول رقم ( ٤ )

الغلة الكلية والمتوسطة والحديّة الافتراضية لوحدة العمل باستخدام ثلاث وحدات من الأرض

| وحدات العمل | وحدات الأرض | نسبة وحدات الأرض لوحدة العمل | الغلة الكلية للعمل | الغلة المتوسطة للعمل | الغلة الحدية للعمل |
|-------------|-------------|------------------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| ١           | ٣           | ٣                            | ١٠                 | ١٠                   | ١٠                 |
| ٢           | ٣           | ١ ر ٥                        | ٢٤                 | ١٢                   | ١٤                 |
| ٣           | ٣           | ١ ر ٠                        | ٣٩ ر ٨             | ١٣ ر ٢               | ١٥ ر ٨             |
| ٤           | ٣           | ٠ ر ٧٥                       | ٥٣                 | ١٣ ر ٢               | ١٣ ر ٢             |
| ٥           | ٣           | ٠ ر ٦٠                       | ٦١                 | ١٢ ر ٢               | ٨                  |
| ٦           | ٣           | ٠ ر ٥٠                       | ٦٦                 | ١١                   | ٥                  |
| ٧           | ٣           | ٠ ر ٤٣                       | ٦٦                 | ٩ ر ٤                | صفر                |
| ٨           | ٣           | ٠ ر ٣٧                       | ٦٤                 | ٨                    | ٢٠                 |

ويبدو واضحاً من الجدول رقم ( ٤ ) أن الغلة الحدية للعنصر المتغير ( العمل ) كبيرة نسبياً عند كبر نسبة العنصر الثابت ( الأرض ) إلى العنصر المتغير ( العمل ) خصوصاً إذا ما قورنت بمستواها عند ضالته نسبة العنصر الثابت إلى العنصر المتغير . وقد تبرز هذه الحقيقة أكثر وضوحاً في الجدول رقم ( ٥ ) .

جدول رقم ( ٥ )

الغلة الكلية والمتوسط والحدي الافتراضي لعنصر العمل باستخدام مساحتين من الاراضى أحداً فدان والاخرى فدانين

| الغلة   | مساحة الارض | وحدات العمل |    |      |      |    |       |
|---------|-------------|-------------|----|------|------|----|-------|
|         |             | ١           | ٢  | ٣    | ٤    | ٥  | ٦     |
| الكلية  | ١ فدان      | ٢٠          | ٣٠ | ٣٧,٥ | ٤٤   | ٥٠ | ٥٥,٥  |
|         | ٢ فدان      | ٢٥          | ٤٠ | ٥٢,٥ | ٦٤   | ٧٥ | ٨٥,٥  |
| المتوسط | ١ فدان      | ٢٠          | ١٥ | ١٢,٥ | ١١   | ١٠ | ٩,٢٥  |
|         | ٢ فدان      | ٢٥          | ٢٠ | ١٧,٥ | ١٦   | ١٥ | ١٤,٢٥ |
| الحدي   | ١ فدان      | ٢٠          | ١٠ | ٧,٥  | ٦,٥  | ٦  | ٥,٥   |
|         | ٢ فدان      | ٢٥          | ١٥ | ١٢,٥ | ١١,٥ | ١١ | ١٠,٥  |

ويتبين من الجدول رقم ( ٥ ) أن وحدات العمل المستخدمة في مساحة الفدان الواحد نفس الوحدات المستخدمة في مساحة الفدانين . ويعنى هذا كبر نسبة العنصر الثابت الى العنصر المتغير في حاله الثابته عنها في الحالة الاولى . وهذا مرتبط بزيادة الغلة الحدية لجميع وحدات عنصر العمل في حاله استخدام مساحة الفدانين عنها في حاله استخدام مساحة الفدان الواحد .



ب- الغلة للعنصر المتغير والغلة للعنصر الثابت :

رغم أن الغلة الناتجة من استخدام وحدات أحد العناصر المتغيرة للإنتاج يطلق عليها الغلة لهذا العنصر المتغير إلا أنها في الحقيقة تمثل أيضا الغلة للعنصر الثابت للإنتاج، لذا يجدر أن نبرز طبيعته العلاقة بين الغلة الكلية والغلة المتوسطة والغلة الحدية لكل من العنصر المتغير والعنصر الثابت، ولايضاح هذا نفترض وجود ١٠ وحدات من العمل استخدمت في إنتاج محصول معين في مساحة تقدر بفدان واحد وكانت الغلة الكلية والمتوسطة والحدية لهذه الوحدات من العمل تطابق القيم الافتراضية المبينة في الجدول رقم ( ٦ )

جدول رقم ( ٦ )

الغلة الكلية والغلة المتوسطة والغلة الحدية الافتراضية للعنصر المتغير (العمل)

| الأرض | العمل | الغلة الكلية للعمل | الغلة المتوسطة للعمل | الغلة الحدية للعمل |
|-------|-------|--------------------|----------------------|--------------------|
| ١     | ١     | ٣                  | ٣                    | ٣                  |
| ١     | ٢     | ٧                  | ٣.٥                  | ٤                  |
| ١     | ٣     | ١٢                 | ٤                    | ٥                  |
| ١     | ٤     | ١٦                 | ٤                    | ٤                  |
| ١     | ٥     | ١٩                 | ٣.٨                  | ٣                  |
| ١     | ٦     | ٢١                 | ٣.٥                  | ٢                  |
| ١     | ٧     | ٢٢                 | ٣.١                  | ١                  |
| ١     | ٨     | ٢٢                 | ٢.٧                  | ٠                  |
| ١     | ٩     | ٢١                 | ٢.٣                  | ١ -                |
| ١     | ١٠    | ١٥                 | ١.٥                  | ٦ -                |



ويمكن تقدير الغلة الكلية والغلة المتوسطة والغلة الحدية للعنصر الثابت (الأرض) من البيانات الموضحة في الجدول السابق رقم ( ٦ ) وذلك بالطريقة المبينة في الجدول رقم ( ٧ ) .

الجدول رقم ( ٧ )

الغلة الكلية والمتوسطة والحدية الافتراضية للعنصر الثابت (الأرض)

| العمل | الأرض          | الغلة الكلية للأرض | الغلة المتوسطة للأرض | الغلة الحدية للأرض |
|-------|----------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| ١     | ١              | ٣                  | ٣                    | ١ -                |
| ١     | $\frac{1}{2}$  | ٣ ر ٥              | ٧                    | ٣ -                |
| ١     | $\frac{1}{3}$  | ٤ ر ٠              | ١٢                   | صفر                |
| ١     | $\frac{1}{4}$  | ٤ ر ٠              | ١٦                   | ٤                  |
| ١     | $\frac{1}{5}$  | ٣ ر ٤              | ١٩                   | ٩                  |
| ١     | $\frac{1}{6}$  | ٣ ر ١              | ٢١                   | ١٥                 |
| ١     | $\frac{1}{7}$  | ٣ ر ١              | ٢٢                   | ٢٢                 |
| ١     | $\frac{1}{8}$  | ٢ ر ٣              | ٢٢                   | ٣٠                 |
| ١     | $\frac{1}{9}$  | ٢ ر ١              | ٢١                   | ٧٥                 |
| ١     | $\frac{1}{10}$ | ١ ر ٣              | ١٥                   | ١٥                 |

ويتضح من الجدول رقم ( ٧ ) أن الغلة الكلية للأرض هي نفس الغلة المتوسطة للعمل في المثال السابق ، ويمكن تفسير ذلك بالجدول رقم ( ٦ ) ، ففي السطر العاشر من هذا الجدول فان ١٠ وحدات من العمل استخدمت مع وحدة واحدة من الأرض ، وبديهي فان هذه النسبة بين



عنصرى العمل والأرض هي نفس النسبة للعنصرين الموضحه فى السطر العاشر من الجدول رقم ( ٧ )  
وهي وحده واحده من العمل و  $\frac{1}{10}$  وحده من الأرض ، إلا أن القدر المطلق المستخدم  
من كل من العمل والأرض فى الحالة الثانية ( الجدول ٧ ) يساوى  $\frac{1}{10}$  المستخدم فى الحالة  
الأولى (الجدول ٦ ) وعلى هذا فإن الغله الكليه فى الحالة الثانية أى الغله الكليه للأرض  
تساوى  $\frac{1}{10}$  الغله الكليه فى الحالة الأولى أى الغله الكليه للعمل ، وهذا يفسر أن الغله  
الكليه للأرض تساوى الغله المتوسطه للعمل وعلى العكس من هذا فإن الغله المتوسطه للأرض  
تساوى مع الغله الكليه للعمل .

كما يتضح من الجدول رقم ( ٧ ) أن الغله المتوسطه للأرض أكبر من الغله الكليه للأرض ،  
وبرجع هذا الى أن قيم الغله المتوسطه المبينه فى العمود الرابع من هذا الجدول تمثل  
الغله للوحده الصحيحه من عنصر الأرض ، وبالطبع فإن هذه القيم أكبر من قيم الغله الكليه  
الموضحه فى العمود الثالث التى تمثل الغله لقدر أقل من الرحده الصحيحه .

وفىما يتعلق بقيم الغله الحديه للأرض المبينه فى العمود الخامس من الجدول رقم ( ٧ ) فإنها  
تمثل خارج قسمه التغير فى الغله الكليه للأرض على التغير فى وحدات الأرض . فمثلا فإن قيمه  
الغله الكليه للأرض الموضحه فى السطر العاشر من الجدول ( ٧ ) تغيرت من صفر الى ١ ر ٥ ، كما  
أن وحدات الأرض تغيرت من صفر الى  $\frac{1}{10}$  ، وعلى هذا فإن الغله الحديه للأرض تقدر  
عند هذا المستوى على النحو التالى :

$$\frac{\text{الغله الحديه للأرض} = \frac{١ ر ٥ - \text{صفر}}{١ ر ٥ - \text{صفر}}}{١٥} =$$

وأيضا فإن قيمه الغله الكليه للأرض فى السطر التاسع من نفس الجدول تغيرت من ١ ر ٥ الى  $\frac{1}{3}$   
كما أن وحدات الأرض تغيرت من  $\frac{1}{10}$  الى  $\frac{1}{9}$  ، وعلى هذا فإن الغله الحديه للأرض تقدر



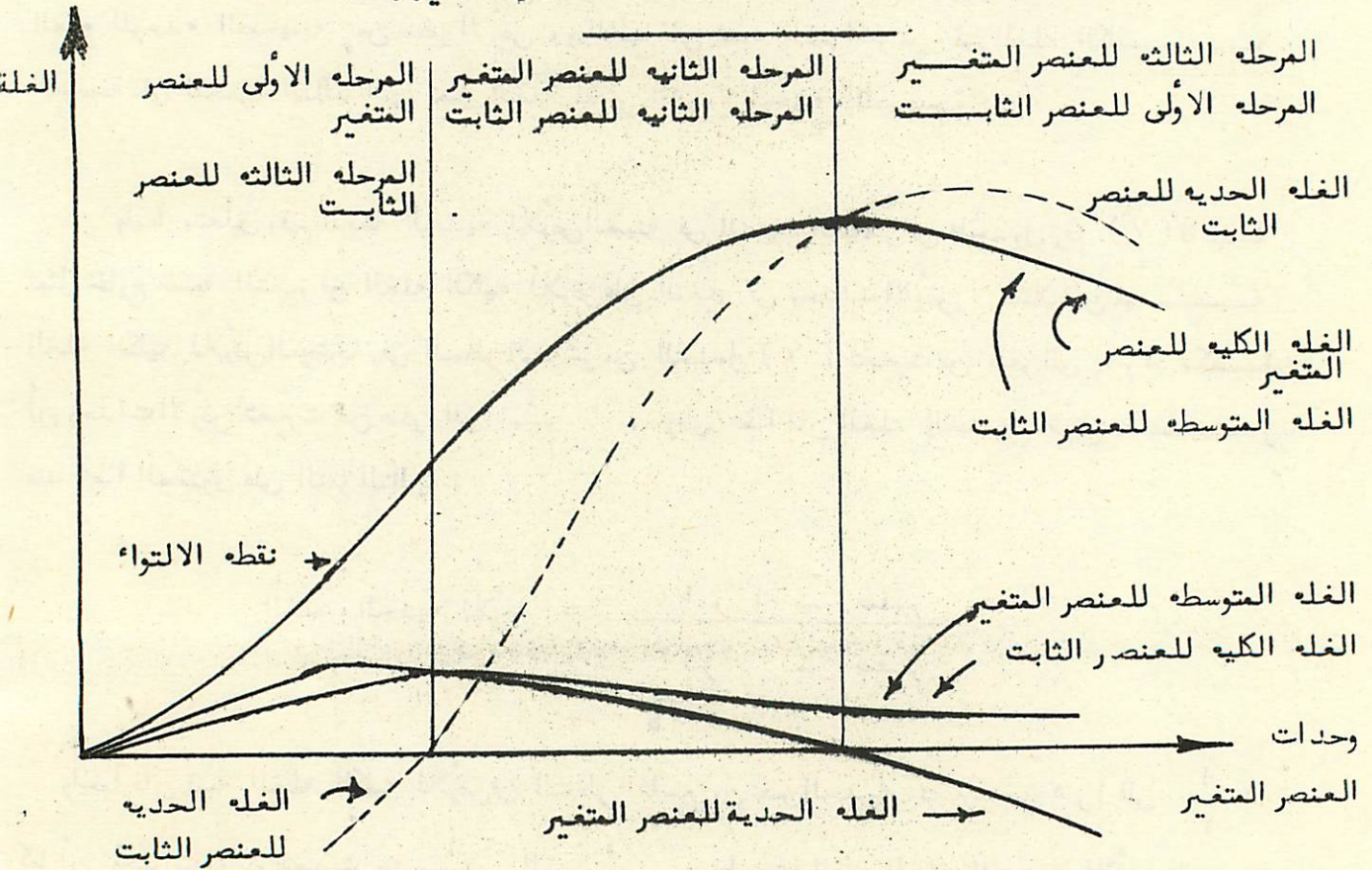
عند هذا المستوى على النحو التالي :

$$\frac{1 \frac{1}{2} - 2 \frac{1}{3}}{75} = \text{الغلة الحديه للأرض}$$

وهكذا يمكن تقدير قيم الغلة الحديه للأرض عند المستويات الأخرى من العمل والأرض . وعموماً فان العلاقة بين الغلة الكلية والمتوسطه والحديه لكل من العنصر المتغير والعنصر الثابت يمكن ابرازها في الشكل التالي رقم ( ٣ ) .

شكل رقم ( ٣ )

الغلة الكلية والمتوسطه والحديه الافتراضيه للعنصرين المتغير والثابت





ويتضح من الشكل رقم ( ٣ ) بعض الحقائق التى من بينها ان زياده وحدات العنصر المتغير

فى المرحلة الاولى لهذا العنصر أى المرحلة الثالث للعنصر الثابت تؤدى الى :

١- تزايد الغلة المتوسطه للعنصر المتغير ، وهذا يعنى تزايد كفاءه الوحدات المستخدمه من هذا العنصر أى تزايد الغلة بواقع الوحده منه الى أن تصل أقصاها فى نهايه هذه المرحلة .

٢- أن الغلة المتوسطه للعنصر المتغير أقل من الغلة الحديه لهذا العنصر .

٣- تزايد الغلة الحديه للعنصر المتغير ، أى تزايد الغلة بواقع الوحده الأخير منه حتى تصل أقصاها عند المستوى الذى تبدأ فيه الغلة الكليه فى التزايد بوحدات متناقصه أى عند نقطه الالتواء أو الانقلاب على منحنى الغلة الكليه للعنصر المتغير .

٤- تزايد الغلة المتوسطه للعنصر الثابت ، وهذا يعنى تزايد كفاءه وحدات هذا العنصر أى تزايد الغلة بواقع الوحده منه أى أن كفاءه كل من وحدات العنصر المتغير ووحدات العنصر الثابت تزايد فى هذه المرحلة .

٥- تصل الغلة الحديه للعنصر الثابت الى قيمتها السالبه ، أى تبلغ قيمتها الى أقل من الصفر .

٦- تزايد مرونة الانتاج Elasticity of production لوحدات العنصر المتغير عن واحد صحيح ولكنها تتناقص تدريجيا لتصل الى واحد صحيح عند الحد الفاصل بين هذه المرحلة والمرحلة الثانيه أى عند تساوى الغلة المتوسطه والغلة الحديه للعنصر المتغير .

ويقصد بمرونة الانتاج التغير النسبى فى الغلة الكليه للعنصر المتغير الناتج عن التغير النسبى فى الوحدات المستخدمه من هذا العنصر ، فمثلا فى السطر الثالث فى الجدول السابق رقم (٦) ، فان الغلة الكليه للعمل تغيرت من ٧ الى ١.٢ وحده كنتيجه لتغير وحدات العمل من ٢ الى ٣ وحده ، وعلى هذا فان مرونة الانتاج عند هذا المستوى تقدر على النحو التالى :

مرونة الانتاج للعمل =  $\frac{\text{التغير النسبي في الغلة الكلية للعمل}}{\text{التغير النسبي في وحدات العمل}}$

$$\frac{3 - 2}{2} \div \frac{12 - 7}{7} =$$

$$1 \frac{3}{7} =$$

وبالمثل فان مرونة الانتاج للعمل عند الحد الفاصل بين المرحله الاولى للعمل والمرحله الثانيه للعمل تساوى واحدا صحيحا كما يتضح في السطر الرابع في الجدول رقم (٦) ، ويقدر هذا على النحو التالى :

مرونة الانتاج للعمل =  $\frac{\text{التغير النسبي في الغلة الكلية للعمل}}{\text{التغير النسبي في وحدات العمل}}$

$$\frac{4 - 3}{3} \div \frac{16 - 12}{12} =$$

$$1 =$$

وفيما يتعلق بالمرحله الثانيه لكل من العنصر المتغير والعنصر الثابت كما يتبين في الشكل السابق رقم (٣) ، فان زياده وحدات العنصر المتغير يصاحبها الحقائق التاليه :



- ١- تناقص كل من الغلة المتوسطة والغلة الحدية للعنصر المتغير حتى تصل الغلة الحدية —  
القدر صفر عند نهاية هذه المرحلة ، كما أن الغلة المتوسطة للعنصر المتغير تكون أكبر من  
الغلة الحدية لهذا العنصر ، أى على عكس ما كانت عليه فى المرحلة السابقة . ويشير  
تناقص الغلة المتوسطة للعنصر المتغير إلى تناقص الغلة بواقع الوحدة منه أى تناقص  
كفاءه وحداته .
- ٢- استمرار تزايد الغلة المتوسطة للعنصر الثابت ولكن بوحدات متناقصه ، وهذا يعنى استمرار تزايد  
الغلة بواقع الوحدة أى استمرار تزايد كفاءه وحدات العنصر الثابت لتصل اقصاها فى نهايه  
هذه المرحلة . أى أنه عند بدايه هذه المرحلة والتي تطابق نهايه المرحلة السابقه تصل كفاءه  
العنصر المتغير اقصاها ، وأنه عند نهايتها والتي تطابق بدايه المرحلة التاليه تصل  
كفاءه العنصر الثابت اقصاها .
- نخرج من هذا أنه خلال المرحلة الثانيه يتحقق أكبر كفاءه لكل من العنصرين ( المتغير والثابت )  
، لهذا يطلق على هذه المرحلة للانتاج بالمرحلة الاقتصادية أو المرحلة المنطقية Rational  
stage بينما يطلق على المرحلة السابقه بالمرحلة الغير اقتصاديه أو المرحلة الغير  
منطقية Irrational stage نظرا لأنه لم يتحقق فى خلالها (أو بالاحرى  
فى نهايتها ) الا الكفاءه القصوى للعنصر المتغير ولكن لم تتحقق الكفاءه القصوى للعنصر الثابت .
- ٣- أن مرونة الانتاج للعنصر المتغير تقل عن واحد صحيح ، وتتناقص لتصل الى الصفر عند نهايه  
هذه المرحلة والتي تصل عندها الغلة الحدية للعنصر المتغير الصفر . ويعنى هذا أن الاضافه  
الآخيره لوحده العنصر المتغير لم تؤد الى زياده الغلة الكليه للعنصر المتغير ، أى أن التغير  
النسبى للغلة الكليه عند نهايه هذه المرحلة يساوى صفر ، وهذا يؤدى الى تناقص مرونة  
الانتاج الى الصفر . ويتضح هذا بالنظر الى السطر الخامس فى الجدول رقم ( ٦ ) ، فإن  
الغلة الكليه للعنصر المتغير تغيرت من ١٦ الى ١٩ وحده كنتيجه لتغير وحدات العنصر  
المتغير من ٤ الى ٥ وحدات ، وعلى هذا فان مرونة الانتاج عند هذا المستوى تقدر

بأقل من واحد صحيح كما يتضح من المعادله التاليه :

$$\frac{\text{التغير النسبى فى الغله الكليه للعمل}}{\text{التغير النسبى فى وحدات العمل}} = \text{مرونه الانتاج للعمل}$$

$$\frac{١٩ - ١٦}{١٦} \div \frac{٥ - ٤}{٤} =$$

$$\frac{٣}{٤} =$$

ويمكن تقدير مرونه الانتاج للعنصر المتغير عند نهايه المرحله الثانيه والتى تقدر بالصر وذلك بالنظر الى السطر الثامن فى الجدول رقم ( ٦ ) كما يتضح مما يلى :

$$\frac{\text{التغير النسبى فى الغله الكليه للعمل}}{\text{التغير النسبى فى وحدات العمل}} = \text{مرونه الانتاج للعمل}$$

$$\frac{٢٢ - ٢٢}{٢٢} \div \frac{٨ - ٧}{٧} =$$

$$= \text{صفر}$$

وفيما يتعلق بالمرحله الثالثه للعنصر المتغير والتى تمثل المرحله الاولى للعنصر الثابته كما يتبين فى الشكل السابق رقم ( ٣ ) ، فان زياده وحدات العنصر المتغير يصاحبها الحقائق التاليه :



- ١- تناقص الغلة المتوسطه للعنصر المتغير ، ويعنى هذا استمرار تناقص كفاءته .
- ٢- وصول الغلة الحديه للعنصر المتغير قيمه سالبه أى أن قمتها تبلغ قدرا أقل من الصفر ، ويرجع هذا الى أن الغلة الكليه للعنصر المتغير تتناقص فى هذه المرحله .
- ٣- تناقص الغلة المتوسطه للعنصر الثابت ، ويشير هذا الى تناقص كفاءه وحدات العنصر الثابت .
- ٤- وصول مرونة الانتاج للعنصر المتغير الى قدر أقل من الصفر ، ويرجع هذا ايضا الى تناقص الغلة الكليه للعنصر المتغير فى هذه المرحله ، أى أن التغير النسبى الموجب فى وحدات العنصر المتغير يؤدى الى تغير نسبى سالب فى الغلة الكليه لهذا العنصر . ويتضح هذا فى السطر التاسع فى الجدول رقم ( ٦ ) ، حيث أن التغير فى وحدات العمل من ٨ الى ٩ وحده أدى الى نقص الغلة الكليه للعمل من ٢٢ الى ٢١ وحده ، أى أن مرونة الانتاج للعمل عند هذا المستوى تبلغ القدر التالى :

$$\frac{\text{التغير النسبى فى الغلة الكليه للعمل}}{\text{مرونة الانتاج للعمل}} =$$

$$\frac{\text{التغير النسبى فى وحدات العمل}}{\text{مرونة الانتاج للعمل}} =$$

$$\frac{10 - 9}{9} \div \frac{22 - 21}{22} =$$

$$\frac{1}{22} =$$



### ح - الحجم الأمثل المستخدم من العنصر المتغير للإنتاج :

The optimum size of the variable input

physical relationship اتضح من التحليل السابق للعلاقة المادية او الطبيعية

بين العنصر المتغير وإنتاجه ، أن المرحلة الثانية للإنتاج هي المرحلة الاقتصادية أى المرحلة المنطقية Rational stage ولكن هذه العلاقة لم تحدد الحجم الأمثل الواجب استخدامه من العنصر ، لأن هذا يتطلب الاستعانة بالقيمة النقدية ، أقصد القيمة النقدية لكل من وحدة العنصر المستخدم ووحدة الإنتاج المحققة . ولتحديد هذا ترمز للغلة الحدية للعنصر أ ( غ ح ) وسعر الوحدة من العنصر ( س ) وسعر الوحدة من الإنتاج المحقق ( س ن ) ويمكن تحديد الحجم الأمثل من العنصر طبقاً للمعادلة التالية :

$$\text{غ ح} \times \text{س ن} = \text{س أ}$$

وتشير هذه المعادلة الى أن الحجم الأمثل من العنصر المتغير ( أ ) يتحقق عند تساوى القيمة النقدية للغلة الحدية لهذا العنصر ( ع ح )  $\times$  ( س ن ) بالقيمة النقدية للوحدة من العنصر المتغير ( س أ ) .

وينبغي ان نوضح ان المعادلة السابقة تعتمد على افتراض وجود المنافسة الكاملة فى كل من

سوق عنصر الإنتاج Factor market وسوق الإنتاج Product market

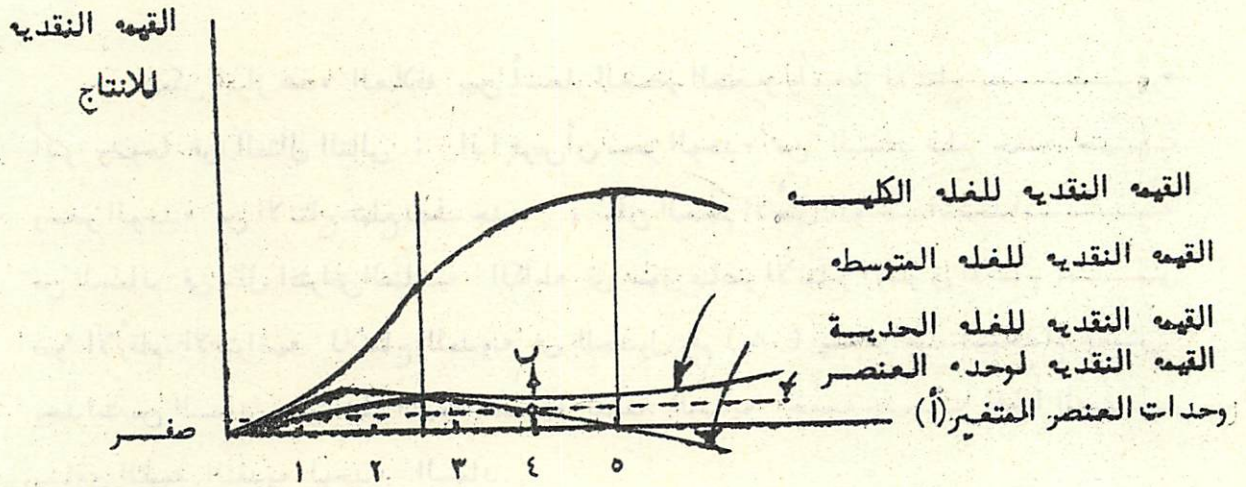
وعند تقدير القيمة النقدية للغلة الكلية والغلة المتوسطة والغلة الحدية للعنصر المتغير

وتصورها بيانياً على شكل دالات إنتاجية كما سبق فى تحليل العلاقة المادية او الطبيعية للغلة الكلية والمتوسطة والحدية ، فانه يمكن تحديد الحجم الأمثل لوحدات العنصر المتغير بيانياً كما يتضح فى الشكل ( ٤ ) .



شكل ( ٤ )

القيمة النقدية للخلع الكلي والمتوسط والحدية للعنصر المتغير (أ)



ويتضح من الشكل رقم ( ٤ ) أنه عند النقطة ب في المرحلة الثانية ، تتساوى القيمة النقدية للخلع الحدية للعنصر المتغير ( أ ) والقيمة النقدية للوحدة من هذا العنصر ، وعلى هذا فان هذه النقطة تحدد الحجم الأمثل الواجب استخدامه من هذا العنصر والذي يمثل عند هذه النقطة أربع وحدات . ويتضح ايضا من الشكل ( ٤ ) الحقائق التالية :

١- أن زيادة سعر الوحدة من العنصر ستؤدي الى نقص الوحدات المستخدمة من هذا العنصر وبالتالي الى نقص الوحدات المنتجة ، والعكس صحيح عند افتراض نقص سعر الوحدة من هذا العنصر .

٢- ان زيادة سعر الوحدة من الانتاج سيؤدي الى زيادة الوحدات المستخدمة من العنصر ( أ ) وبالتالي الى زيادة الوحدات المنتجة ، والعكس صحيح عند افتراض نقص سعر الوحدة من الانتاج .



٣- ان كل التغيرات فى استخدام وحدات العنصر (أ) الناتجة عن التغيرات فى اسـعـار وحدة العنصر ( أ ) أو وحدة الانتاج تنحصر فى المرحلة الثانية فقط حيث القيمة النقدية للغلة الحديدية أقل من القيمة النقدية للغلة المتوسطة .

ويمكن إبراز هذه العلاقة بين أسعار العنصر المتغير وأسعار الانتاج بصـورـه أكثر وضوحا فى المثال التالى : اذا فرض أن سعر الوحدة من السماد تبلغ خمسة جنيهات وسعر الوحدة من الانتاج تبلغ نصف جنيه ، فان الحجم الأمثل الواجب استخدامـه من السماد فى ظل افتراض المنافسة الكاملة فى سوق عناصر الانتاج وسوق الانتاج وفـى ضوء الأرقام الافتراضية للانتاج المدونة فى الجدول رقم ( ٨ ) يتحقق عند استخدام خمس وحدات من السماد حيث تبلغ القيمة النقدية للغلة الحديدية خمسة جنيهات وهذا القـدر يساوى القيمة النقدية لوحدة السماد .

#### الجدول رقم ( ٨ )

الغلة الكلية والمتوسطة والحديدية الافتراضية لعنصر السماد

| وحدات السماد | الغلة الكلية | الغلة المتوسطة | الغلة الحديدية | القيمة النقدية للغلة الحديدية |
|--------------|--------------|----------------|----------------|-------------------------------|
| ١            | ٥            | ٥              | ٥              | ٢,٥                           |
| ٢            | ١٢           | ٦              | ٧              | ٣,٥                           |
| ٣            | ٢٤           | ٨              | ١٢             | ٦                             |
| ٤            | ٤٠           | ١٠             | ١٦             | ٨                             |
| ٥            | ٥٠           | ١٠             | ١٠             | ٥                             |
| ٦            | ٥٤           | ٩              | ٤              | ٢                             |
| ٧            | ٥٤           | ٧,٧            | صفر            | صفر                           |
| ٨            | ٤٨           | ٦              | ٦ -            | ٣ -                           |
| ٩            | ٤٠,٥         | ٤,٥            | ٧,٥ -          | ٣,٧ -                         |
| ١٠           | ٣٠           | ٣              | ١٠,٥ -         | ٥,٢ -                         |



( ٢ ) العلاقة بين عنصرين للانتاج Factor-factor relationship

اتجه الاعتماد في الجزء السابق الى ايضاح العلاقة بين أحد عناصر الانتاج وانتاج هذا العنصر بافتراض بقاء العناصر الأخرى المستخدمة دون تغير . أما في هذا الجزء فينتقل الاهتمام الى ايضاح العلاقة بين عنصرين للانتاج بافتراض بقاء العناصر الأخرى المستخدمة ثابتة دون تغير . ويمكن متابعة العلاقة بين عنصرين للانتاج من خلال مايسمى بمنحنى السوا للانتاج .

أ - منحنى السوا<sup>١</sup> للانتاج Isoquant - curve

ويمثل منحنى السوا<sup>١</sup> للانتاج قدرا متساويا من الانتاج باستخدام كل التوليفات المختلفة والممكنة All different and possible combinations للوحدات المستخدمة من عنصرين للانتاج بافتراض ثبات الحجم الموجه من العناصر الأخرى . وبالأحرى فان أى نقطة على منحنى السوا<sup>١</sup> للانتاج تمثل قدرا متساويا من الانتاج وقدرا مختلفا من الوحدات المستخدمة من كل من العنصرين، ولايضاح هذا نفترض ان وحدات معينه من عنصر العمل وأخرى من السماد أستخدمت في انتاج محصول معين وكانت الغلة المحققة كما هو مبين في الجدول رقم ( ٩ ) .

جدول رقم ( ٩ )

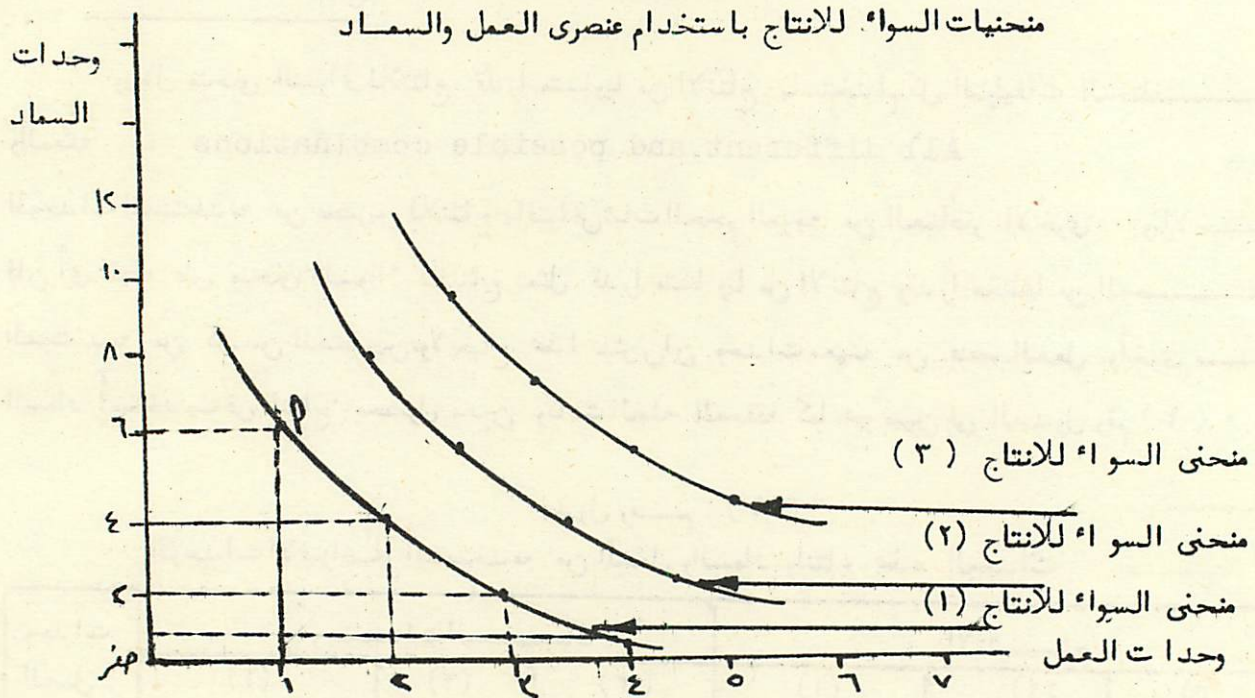
الوحدات الافتراضية المستخدمة من العمل والسماد وانتاج هذه الوحدات

| وحدات العمل | وحدات السماد |     |     | الانتاج |     |     |
|-------------|--------------|-----|-----|---------|-----|-----|
|             | (١)          | (٢) | (٣) | (١)     | (٢) | (٣) |
| ١           | ٨            |     |     | ٥٩٠     |     |     |
| ٢           | ٤            | ١٠  |     | ٥٨٨     | ٧٣٠ |     |
| ٣           | ٢            | ٦   | ١٢  | ٥٩١     | ٧٢٩ | ٨٩٩ |
| ٤           | ١            | ٤   | ٨   | ٥٨٩     | ٧٣١ | ٨٩٨ |
| ٥           |              | ٢   | ٦   |         | ٧٣٠ | ٩٠١ |
| ٦           |              |     | ٥   |         |     | ٩٠٠ |



وبديهي فان قيم الانتاج ( ١ ) في العمود الخامس ناتجه عن استخدام وحدات السماد  
 ( ١ ) في العمود الثاني ووحدات العمل في العمود الأول .  
 وعلى هذا فان قيم الانتاج ( ٢ ) في العمود السادس ناتجه عن استخدام وحدات السماد  
 ( ٢ ) في العمود الثالث ووحدات العمل في العمود الأول وهكذا . ويمكن التعبير عن منحنيات السواء  
 للانتاج في الشكل ( ٤ ) .

شكل ( ٤ )



ويلاحظ أنه عند النقطة ( أ ) على منحنى السواء للانتاج ( ١ ) فان الوحدات المستخدمة  
 من عنصر السماد تبلغ ثمان ومن عنصر العمل واحد ، وأن الانتقال على نفس المنحنى نحو اليمين  
 والى أسفل يصاحبه تناقص الوحدات المستخدمة من عنصر السماد وتزايد الوحدات المستخدمة من  
 عنصر العمل وذلك لاننتاج نفس الحجم من الانتاج وهو حوالى ست وحدات ، أى أن حجم التغير في الانتاج



على منحني السواء ، يبلغ صفرا ، ويعبر عن هذا رياضيا بالمعادلة التالية :

$$\Delta ص = غ ح أ \times \Delta + غ ح ب \times \Delta = صفر$$

حيث أن :

$\Delta ص$  : حجم التغير في الانتاج

$غ ح أ$  : الغلة الحديه لعنصر العمل ( أ )

$\Delta أ$  : التغير في الوحدات المستخدمة من عنصر العمل ( أ )

$غ ح ب$  : الغلة الحديه لعنصر السمار ( ب )

$\Delta ب$  : التغير في الوحدات المستخدمة من عنصر السمار ( ب )

وتشير هذه المعادلة الى أن التغير في الانتاج على منحني السواء للانتاج يساوى مجموع مضروب الغلة الحديه لعنصر العمل في التغير لوحدات العمل ومضروب الغلة الحديه لعنصر السمار في التغير لوحدات السمار ، وهذا بدوره يساوى الصفر . ويؤكد هذا أن الانتقال من نقطه الى أخرى على منحني السواء لا يشير الى تغير في حجم الانتاج ولكن الى تغير في حجم الوحدات المستخدمة من كل من عنصرى الانتاج .

وفى الواقع فان المعادلة السابقة تعتمد على افتراض أن الغلة الحديه لكل من عنصرى الانتاج موجبه أى أكبر من الصفر ، لهذا وليتحقق الطرف الايسر للمعادلة وهو الصفر فان الانتقال على منحني السواء من نقطه الى أخرى يستلزم نقص او زياده وحدات أحد العناصر وزياده أو نقص وحدات العنصر الآخر ويعنى هذا استبدال بعض وحدات أحد العناصر لوحدات العنصر الآخر .

وجدير بالاشارة فان درجة الاستبدال The degree of substitution



بين عنصرى الانتاج هى التى تحدد شكل منحنى السواء لاننتاج هذين العنصرين . فاذا فرض  
 أن أحد العنصرين يمكن استبداله بالعنصر الآخر استبدالاً كاملاً Perfect substitutable  
 فان منحنى السواء لاننتاج هذين العنصرين يأخذ شكل الخط المستقيم . أما اذا فرض ان  
 لا يمكن استبدال هذين العنصرين إطلاقاً ، أى أن كلاهما مكمل للأخر تكاملاً كاملاً Perfect  
 complementary أى أنهما يستخدمان فى الانتاج بنسبه ثابتة ، فان منحنى السواء لاننتاج هذين  
 العنصرين يأخذ شكل الزاويه القائم .

وعلى العموم فان درجة الاستبدال بين عناصر الانتاج يمكن قياسها بانحدار او ميل منحنى السواء  
 للانتاج ، ويطلق على انحدار منحنى السواء " المعدل الحدى للاستبدال The marginal  
 rate of substitution ويقدر المعدل الحدى لاستبدال عنصر العمل مثلاً لعنصر السمار  
 بالنسبه بين الغله الحديه لعنصر العمل الى الغله الحديه للسمار . ويمكن ايضاح هذه الحقائق  
 على النمو التالى :

المعدل الحدى لاستبدال

العمل للسمار = انحدار منحنى السواء لاننتاج عنصرى العمل والسمار

$$= \frac{\text{الغله الحديه لعنصر العمل}}{\text{الغله الحديه لعنصر السمار}}$$

كما يقدر المعدل الحدى للاستبدال العمل للسمار أيضا على النمو التالى :

$$\frac{\text{المعدل الحدى لاستبدال العمل للسمار}}{\text{التغير فى الوحدات المستخدمه من السمار}} = \frac{\text{التغير فى الوحدات المستخدمه من العمل}}{\text{المعدل الحدى لاستبدال العمل للسمار}}$$



أى أن المعدل الحدى لاستبدال العمل للسماح يقدر بالنسبة بين التغير فى الوحدات المستخدمة من السمار والتغير فى الوحدات المستخدمة من العمل ، ولقد وضعت اشارته السالب فى الطرف الأيسر من المعادلة السابقة نظرا لأن العلاقة بين العنصرين مضادة ، أى أن زيادة الوحدات المستخدمة من أحد العناصر يقابلها نقص الوحدات المستخدمة من العنصر الآخر والعكس صحيح .

ويجدر الملاحظة الى أن مفهوم المعدل الحدى للاستبدال والذي برز عند دراسة العلاقة بين عنصرين للانتاج يشابه مفهوم المعدل الحدى للانتاج والذي برز عند دراسة العلاقة بين أحد عناصر الانتاج وانتاج هذا العنصر . ويرجع التشابه بين هذين المفهومين الى أن الأول يشير الى التغير فى الوحدات المستخدمة من أحد العناصر كنتيجة للتغير فى الوحدات المستخدمة من العنصر الآخر وأن المفهوم الثانى يشير الى التغير فى وحدات الانتاج كنتيجة للتغير فى وحدات العنصر المتغير المستخدم .

كما ينبغى الملاحظة الى أن المعدل الحدى للاستبدال عنصر لآخر تعكس الصورة التى عليها شكل منحني السوا لانتاج هذين العنصرين ، فاذا فرض ثابت قيم المعدل الحدى فان منحنى السوا لانتاج يأخذ شكل الخط المستقيم ، ويوضح الجدول رقم ( ١٠ ) ثبات قيم المعدل الحدى لاستبدال العلف الأخضر للعلف الجاف فى تسمين العجول لانتاج اللحوم .

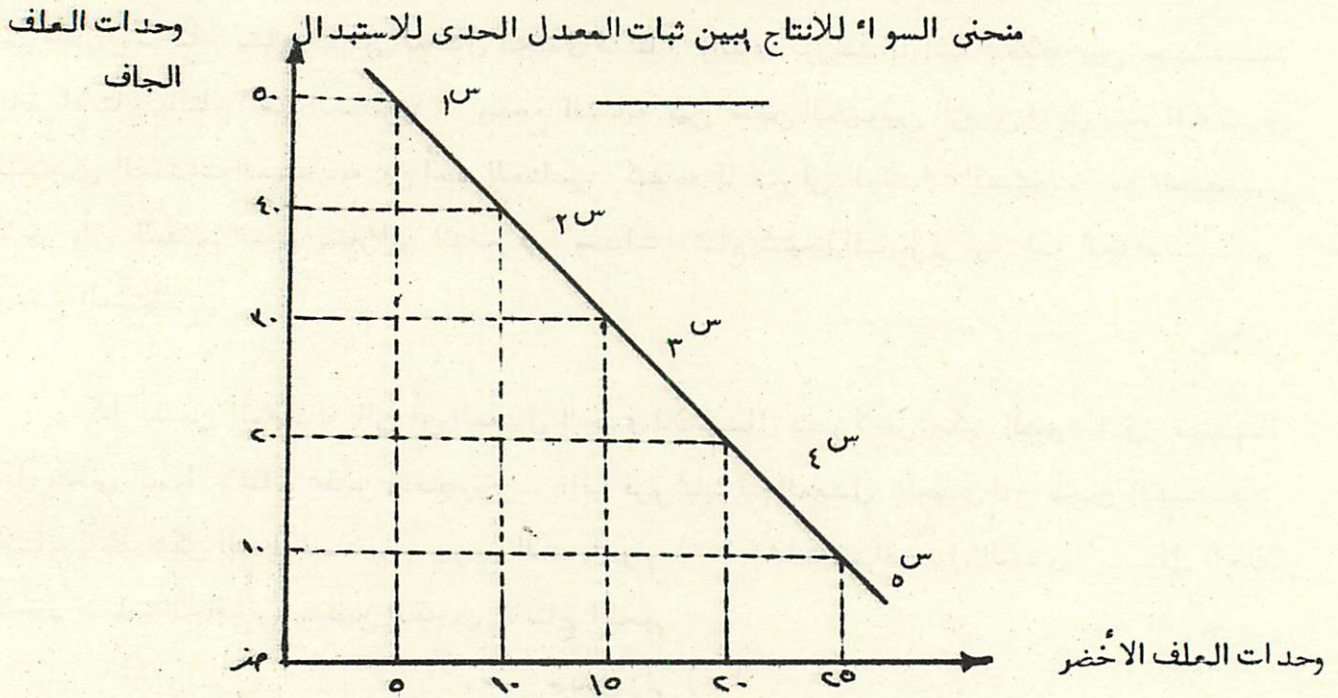
جدول رقم ( ١٠ )

قيم افتراضية لوحدة العلف الأخضر والعلف الجاف تبين ثبات معدل الاستبدال

| وحدات العلف الجاف | وحدات العلف الأخضر | المعدل الحدى لاستبدال العلف الأخضر للعلف الجاف |
|-------------------|--------------------|------------------------------------------------|
| ٥٠                | ٥                  |                                                |
| ٤٠                | ١٠                 | ٢ -                                            |
| ٣٠                | ١٥                 | ٢ -                                            |
| ٢٠                | ٢٠                 | ٢ -                                            |
| ١٠                | ٢٥                 | ٢ -                                            |

ويتضح من العمود الثابت في الجدول السابق ثبات قيم المعدل الحدى لاستبدال العلف الأخضر للعلف الجاف عند القيمة ٢ ، أى أن كل وحدة من وحدات العلف الأخضر تسبدل بوحدين من وحدات العلف الجاف ، ويمكن التعبير بيانياً عن القيم الموضحة في الجدول رقم ( ١٠ ) في الشكل التالى :

شكل رقم ( ٥ )



ويتضح من الشكل رقم ( ٥ ) أن قيم المعدل الحدى لاستبدال العلف الأخضر للعلف الجاف عند النقط ١س ، ٢س ، ٣س ، ٤س ، ٥س مساوية للقيمة ٢ .

أما إذا فرض تناقص قيم المعدل الحدى للاستبدال بين عنصرين للانتاج ، فإن منحنى السواء للانتاج عذين العنصرين يكون محدباً convex الى أسفل ، والجدول رقم ( ١١ ) يوضح تناقص المعدل الحدى لاستبدال السماد الكيماوى للسماد العضوى في انتاج القطن .



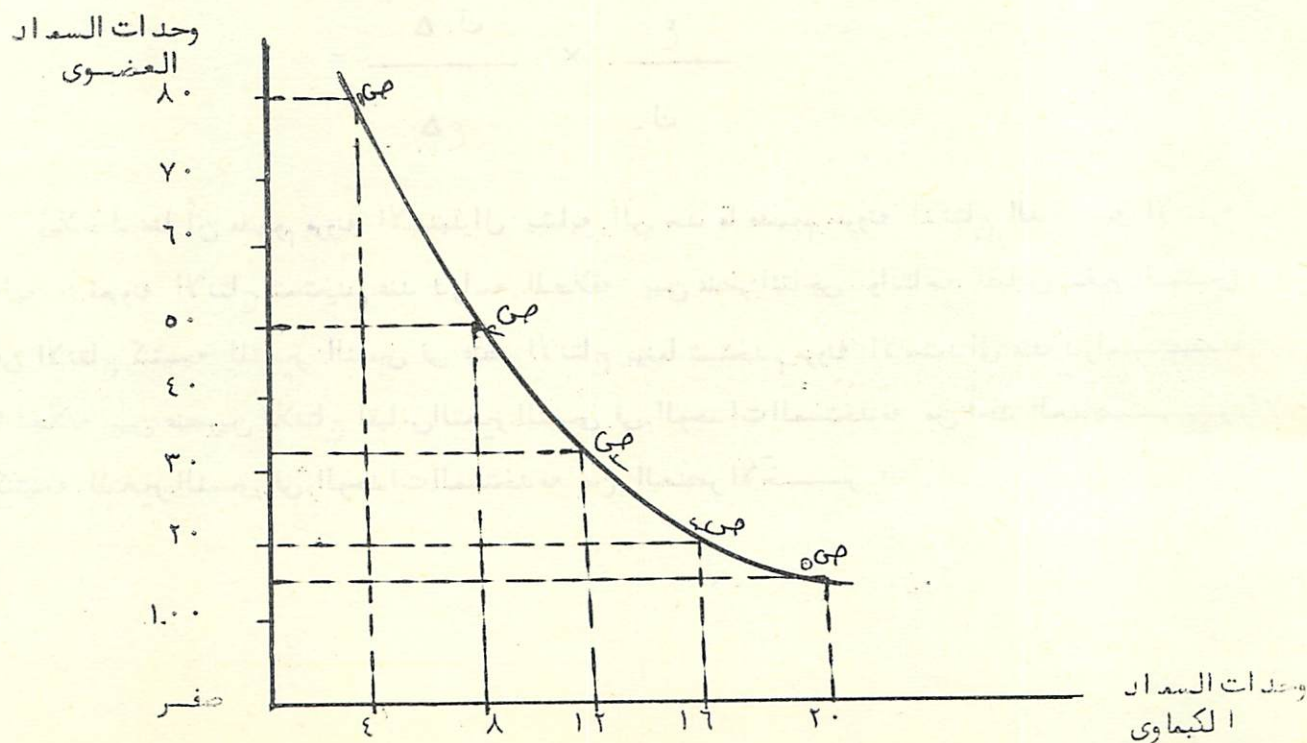
قيم افتراضيه لوحدات السماد الكيماوى والسماد العضوى تبين تناقص معدل الاستبدال

| وحدات السماد العضوى | وحدات السماد الكيماوى | المعدل الحدى لاستبدال السماد الكيماوى للسماد العضوى |
|---------------------|-----------------------|-----------------------------------------------------|
| ٨٠                  | ٤                     |                                                     |
| ٦٠                  | ٨                     | ٥ —                                                 |
| ٤٤                  | ١٢                    | ٤ —                                                 |
| ٣٦                  | ١٦                    | ٢ —                                                 |
| ٣٢                  | ٢٠                    | ١ —                                                 |

ويتضح من العمود الثالث من الجدول السابق تناقص قيم المعدل الحدى لاستبدال السماد الكيماوى للسماد العضوى ويبرز هذا أكثر وضوحاً فى الشكل رقم ( ٦ ) .

شكل ( ٦ )

منحنى السواء للانتاج مبين تناقص المعدل الحدى للاستبدال



ويتضح من الشكل ( ٦ ) أن قيم المعدل الحدى لاستبدال السماد الكيماوى للسماد العضوى تتناقص من ٥ عند النقطة ص<sub>١</sub> على منحنى السواء للانتاج الى ١ عند النقطة ص<sub>٥</sub> على نفس المنحنى ، وفى الحقيقة فان تناقص المعدل الحدى لاستبدال أحد عناصر الانتاج للآخر يعتبر نتيجة لتحدب منحنى السواء للانتاج الى أسفل .

ويحسن فى هذا الصدد الاشارة الى أحد المفاهيم الهامة الذى يطلق عليه " مرونة الاستبدال Elasticity of substitution ، وتقدر مرونة الاستبدال بالنسبة بين التغير النسبى فى الوحدات المستخدمة من أحد العناصر والتغير النسبى فى الوحدات المستخدمة من العنصر الآخر ، فاذا رمزنا لعنصر السماد الكيماوى بالحرف ( ك ) فى المثال السابق ولعنصر السماد العضوى بالحرف ( ع ) فان مرونة الاستبدال تقدر على النحو التالى :

$$\text{مرونة الاستبدال} = \frac{\frac{\Delta K}{K}}{\frac{\Delta E}{E}} = \frac{\Delta K}{K} \times \frac{E}{\Delta E}$$

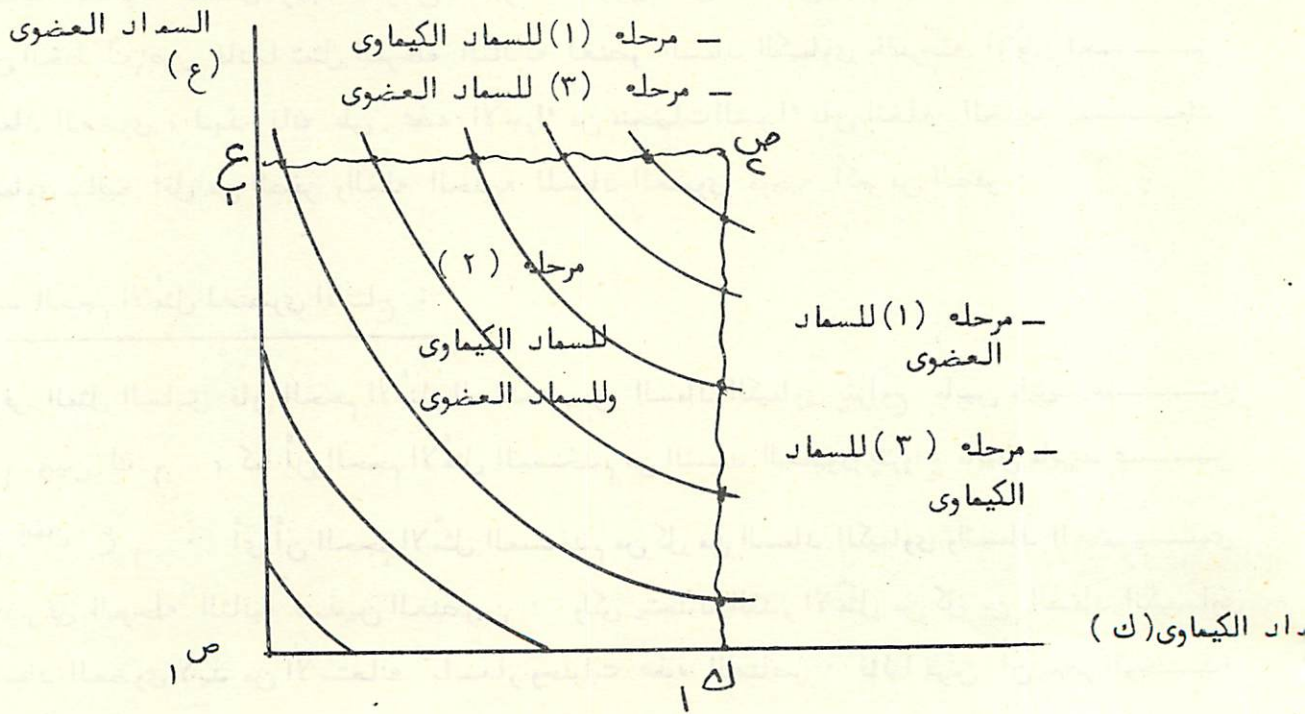
ويلاحظ هنا أن مفهوم مرونة الاستبدال يشابه الى حد ما مفهوم مرونة الانتاج الذى سبق الاشارة اليه . فعرونة الانتاج تستخدم عند دراسة العلاقة بين عنصر انتاجى وانتاجه لقياس التغير النسبى فى الانتاج كنتيجة للتغير النسبى فى عنصر الانتاج بينما تستخدم مرونة الاستبدال عند دراسة العلاقة بين عنصرين للانتاج لقياس التغير النسبى فى الوحدات المستخدمة من أحد العناصر كنتيجة للتغير النسبى فى الوحدات المستخدمة من العنصر الآخر .



وبدراسة مجموعة منحنيات السواء للانتاج يمكن تحديد المراحل الثلاث للانتاج التي سبق الإشارة إليها في حالة الدالة الانتاجية لعنصر متغير للانتاج مع افتراض بقاء الوحدات المستخدمة من العناصر الأخرى ثابتة ، لان العلاقة هنا بين عنصرين للانتاج تعتمد ايضا على افتراض بقاء الوحدات المستخدمة من العناصر الأخرى ثابتة دون تغير . فاذا فرض استخدام وحدات من السماد الكيماوى ( ك ) ووحدات من السماد العضوى ( ع ) فى انتاج القطن مثلاً بافتراض بقاء الوحدات الأخرى المستخدمة من الأرض والعمل البشرى والعمل الحيوانى ومياه الري ٠٠٠ الخ ثابتة دون تغير ، فيمكن قصور منحنيات السواء للانتاج . باستخدام هذين العنصرين فى الشكل التالى :

شكل ( ٧ )

منحنيات السواء للانتاج باستخدام السماد الكيماوى والسماد العضوى



وبلاحظ من الشكل ( ٧ ) أن أجزاء منحنيات السواء المحصورة في المساحة ص<sub>١</sub> ع<sub>١</sub> ص<sub>٢</sub> ك<sub>١</sub> تتصف بأن ميلها سالب وأن المعدل الحدى للاستبدال للسماذ الكيماوى للسماذ العضوى يتناقص بالتحرك من أعلى الى أسفل على كل جزء منها ، وأنها فى الحقيقة تمثل المرحلة الاقتصادية أو المرحلة المنطقية Rational stage ، أى أنها تمثل المرحلة الثانية لكل من السماذ الكيماوى والسماذ العضوى التى تقسم بأن الغلة الحديه لكل من العنصرين المستخدميين موجب أكبر من الصفر .

أما أجزاء منحنيات السواء التى تعلو الخط ع<sub>١</sub> ص<sub>٢</sub> والتى تتصف بأن ميلها موجب ، فإنها تمثل المرحلة الثالثة لعنصر السماذ العضوى والمرحلة الأولى للسماذ الكيماوى ولهذا فانه على هذه الأجزاء من منحنيات السواء فان الغلة الحديه للسماذ العضوى سالبه أقل من الصفر والغلة الحديه للسماذ الحدى موجب أكبر من الصفر . وعلى عكس هذا فان أجزاء منحنيات السواء على يمين الخط ك<sub>١</sub> ص<sub>٢</sub> فإنها تمثل المرحلة الثالثة لعنصر السماذ الكيماوى والمرحلة الأولى لعنصر السماذ العضوى ، لهذا فانه على هذه الأجزاء من منحنيات السواء فان الغلة الحديه للسماذ الكيماوى سالبه أقل من الصفر والغلة الحديه للسماذ العضوى موجب أكبر من الصفر .

#### ب - الحجم الأمثل لعنصرى الانتاج :

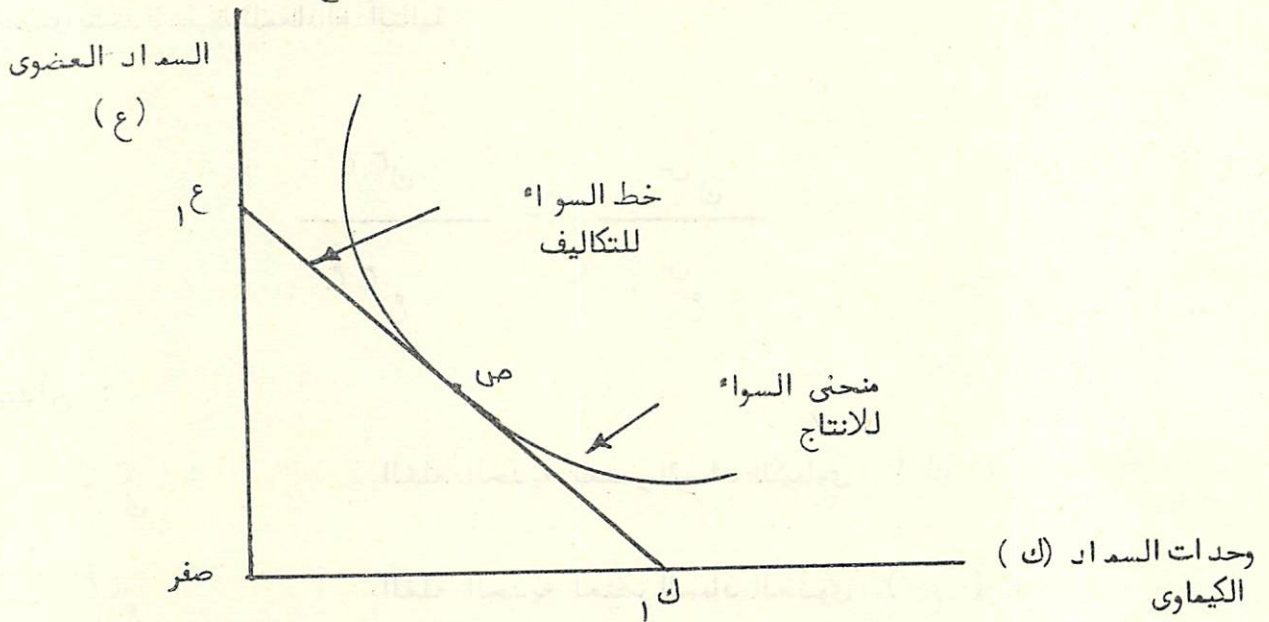
فى المثل السابق فان الحجم الأمثل المستخدم من السماذ الكيماوى يتراوح ما بين مايزيد عن ص<sub>١</sub> وبين ك<sub>١</sub> ، كما أن الحجم الأمثل المستخدم من السماذ العضوى يتراوح ما بين مايزيد عن ص<sub>١</sub> وبين ع<sub>١</sub> . أى أن الحجم الأمثل المستخدم من كل من السماذ الكيماوى والسماذ العضوى ينحصر فى المرحلة الثانية لهذين العنصرين . ولكى يتحدد القدر الأمثل من كل من السماذ الكيماوى والسماذ العضوى لابد من الاستعانة بأسعار وحدات هذه العناصر . فإذا فرض أن سعر الوحدة



من السماد الكيماوى يبلغ ٢٠٠ قرشا ومن السماد العضوى يبلغ ٥٠ قرشا فانه يمكن تحديد التوليفات المختلفة Different combinations لاستخدام هذه الوحدات بتكاليف متساوية كما يتضح فى الشكل (٨) .

شكل رقم ( ٨ )

خط السواء للتكاليف ومنحنى السواء للانتاج



ويطلق على الخط ك ١ ع ١ فى الشكل (٨) خط السواء للتكاليف . Isocost-line

حيث أن نقطه عليه تمثل قدرا متساويا من التكاليف ، فاذا فرض أن اجمالى التكاليف يساوى عشرين جنيهها فانه عند النقطة ع ١ يكون عدد الوحدات المستخدمة من السماد العضوى ٤٠ وحدة ومن السماد الكيماوى لا شئ ، اما عند النقطة ب ١ يكون عدد الوحدات المستخدمة من السماد العضوى لا شئ ومن السماد الكيماوى ١٠ وحدات ، ولكن عند أى نقطة اخرى على الخط فان الوحدات المستخدمة من السماد العضوى والسماد الكيماوى أقل من ٤٠ وحدة و ١٠ وحدات على التوالى ويتحدد القدر الامثل الواجب استخدامه من كل من السماد العضوى والسماد الكيماوى بنقطة

المماس لخط السواء للتكاليف بمنحني السواء للانتاج كما يتبين عند النقطة ص .

وفي الحقيقة فانه عند نقطة المماس (ص) فان ميل منحني السواء للانتاج — الذي يقدر بنسبته الغلة الحديه لعنصر السماد الكيماوى الى الغلة الحدية لعنصر السماد العضوى — يتساوى ميل خط السواء للتكلفه الذى يقدر بنسبه سعر الوحدة من عنصر السماد الكيماوى الى سعر الوحدة من السماد العضوى . وعلى هذا فان القدر الأمثل المستخدم من السماد الكيماوى والسماد العضوى يتحدد طبقا للمعادله التالية :

$$\frac{\text{س ك}}{\text{س ع}} = \frac{\text{غ ح ك}}{\text{غ ح ع}}$$

حيث أن :

|       |   |                                          |
|-------|---|------------------------------------------|
| غ ح ك | : | الغلة الحديه لعنصر السماد الكيماوى ( ك ) |
| غ ح ع | : | الغلة الحديه لعنصر السماد العضوى ( ع )   |
| س ك   | : | سعر الوحدة من السماد الكيماوى            |
| س ع   | : | سعر الوحدة من السماد العضوى              |

واذا فرض أن الطرف الأيمن للمعادله أكبر من الطرف الأيسر استلزم الأمر استخدام وحدات أقل من السماد العضوى ووحدات أكبر من السماد الكيماوى مما يؤدى الى تناقص الغلة الحديه للسماد الكيماوى وتزايد الغلة الحديه للسماد العضوى وبهذا يتوازن طرفى المعادله .



وحتى يمكن التوازن بين الطرف الأيمن والطرف الأيسر للمعادلة من الوجهة النقدية —  
لا بد من تحويل الطرف الأيمن من قيمه مادية أو سلعية الى قيمه نقدية ، أى بضرب الغلـ  
الحديـه للعنصر بسعر الوحدة من الانتاج . وعلى هذا فان القدر الأمثل المستخدم من السماد  
العضوى والسماد الكيماوى يتحدد طبقا للمعادلة التالية :

$$\frac{س ك}{س ع} = \frac{غ ح ك \times س ص}{غ ح ع \times س ص}$$

حيث أن :

س ص : سعر الوحدة من الانتاج ، ويمكن تفسير هذه المعادلة التى تحدد القـ  
الأمثل لاستخدام عنصرى السماد العضوى والسماد الكيماوى فى انتاج محصول معين فى العلاقـ  
التالية :

$$\frac{\text{القيمة النقدية للغلة الحدية للسماد الكيماوى}}{\text{سعر الوحدة من السماد الكيماوى}} = \frac{\text{القيمة النقدية للغلة الحدية للسماد العضوى}}{\text{سعر الوحدة من السماد العضوى}}$$

وفى الحقيقة فان العلاقة بين القيمة النقدية للغلة الحدية للعنصر وبسعر الوحدة من  
هذا العنصر هى المؤشر الأساسى لتحديد القدر الأمثل للوحدات المستخدمة من مختلف العناصر  
فإذا فرض أن عدد العناصر المتغيرة المستخدمة فى الانتاج هى ن فان القدر الأمثل المستخدم  
من وحدات هذه العناصر يتحدد طبقا للمعادلة الآتية :

$$1 = \frac{غ ح ١ \times س ١}{س ١} = \dots = \frac{غ ح ٢ \times س ٢}{س ٢} = \frac{غ ح ن \times س ن}{س ن}$$

حيث أن :

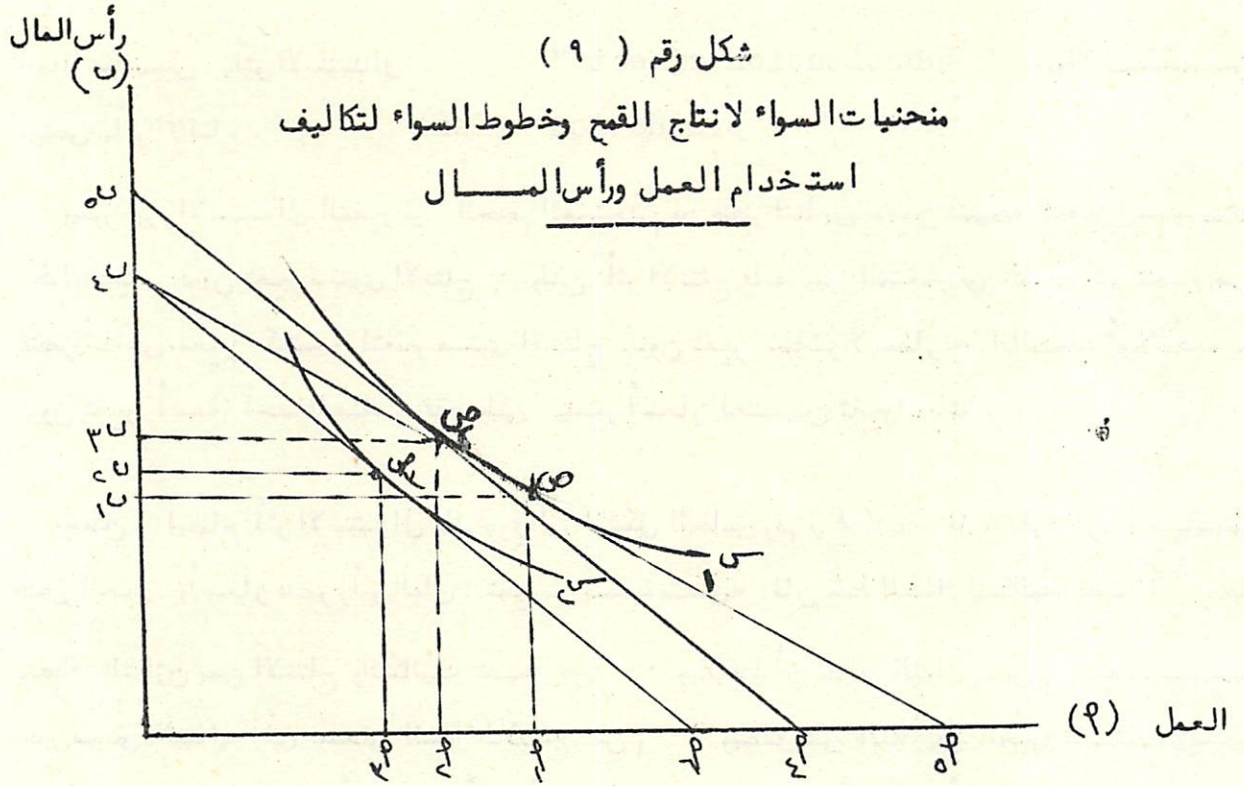
$$\begin{aligned} \text{أ} &= \text{عنصر الانتاج } \text{أ}_1 , \text{أ}_2 , \dots , \text{أ}_n \\ \text{غج} &= \text{الغلة الحديدية للعنصر } \text{أ}_1 , \text{أ}_2 , \dots , \text{أ}_n \\ \text{س} &= \text{سعر الوحدة للعنصر } \text{أ}_1 , \text{أ}_2 , \dots , \text{أ}_n \\ \text{س ص} &= \text{سعر الوحدة من الانتاج ص} \end{aligned}$$

أى أن هذه المعادله تشير الى ان القدر الأمثل المستخدم من العناصر المتغيرة يتحقق عند تساوى القيمه النقديه للغله الحديدية لكل عنصر بسعر الوحدة من هذا العنصر . أو بصوره أخرى فان القدر الأمثل المستخدم من العناصر المتغيرة يتحقق عندما يتساوى مقسوم القيمه النقديه للغله الحديدية لأحد هذه العناصر على سعر الوحدة من هذا العنصر بمقسوم القيمه النقديه للغله الحديدية لآى عنصر متغير آخر على سعر الوحدة منه وهذا بدوره يساوى الواحد الصحيح .

ح - أثر تغير أسعار عناصر الانتاج :

أن تغير أسعار أحد عناصر الانتاج المستخدم له أثر على الحجم المستخدم من هذا العنصر وأيضا على الحجم المستخدم من العناصر الأخرى ، وهذا بدوره له أثر على حجم الانتاج المحقق ، ولايضاح طبيعته هذه العلاقه بين أسعار أحد العناصر والاحجام المستخدمه من هذا العنصر والعناصر الأخرى والانتاج المحقق ، نفترض أن منحنيات السواء لانتاج القمح باستخدام عنصرى العمل ( أ ) ورأس المال ( ب ) وخطوط السواء لتكاليف هذين العنصرين تطابق منحنيات السواء للانتاج س<sub>١</sub> ، س<sub>٢</sub> وخطوط السواء للتكاليف أ هـ ب هـ ، أ هـ ب هـ الموضحه فى الشكل رقم ( ٨ )





لنفترض أننا بدأنا بخط السواء للتكاليف  $٥$  ب  $٤$  وخط السواء للانتاج  $١$  ونقطـة التوازن بين الانتاج والتكاليف  $١$  ، أي أن المستخدم من عنصر العمل القدر  $١$  وعنصر رأس المال  $١$  . كما نفترض زيادة أسعار عنصر العمل دون تغير أسعار عنصر رأس المال فان خط السواء للتكاليف يتغير من خط السواء  $٥$  ب  $٤$  الى خط السواء  $٦$  ب  $٤$  ، وأيضا فان منحنى السواء للانتاج يتغير من منحنى السواء  $١$  الى منحنى السواء  $٢$  . وعلى هذا تصبح نقطة التوازن الجديدة بين الانتاج والتكاليف  $٣$  والحجم المستخدم من عنصر العمل  $٣$  بدلا من  $١$  والحجم المستخدم من عنصر رأس المال  $٣$  بدلا من  $١$  . ويطلق على تغير الحجم المستخدم من عنصر العمل من المستوى  $١$  الى  $٣$  والنتائج عن تغير أسعار هذا العنصر بالآثر الكلي Total effect . وفي الحقيقة فان الآثر الكلي يتكون من جزئين



أحدا عما يسمى بأثر الاستبدال " substitution effect " والاخر  
ويسمى بأثر الانتاج production effect

ويبرز أثر الاستبدال التغير في الحجم المستخدم من عنصر انتاجي معين كنتيجة لتغير أسعار  
هذا العنصر دون تغير مستوى الانتاج . ولكن أثر الانتاج فانه يبرز المتغير في الحجم المستخدم من  
عنصر انتاجي معين كنتيجة لتغير مستوى الانتاج دون تغير مباشر لأسعار هذا العنصر أو الأخرى  
دون تغير أسعار أحد العناصر فقط ولكن يتغير أسعار العنصرين تغيرا مماثلا .

ويمكن ايضاح أثر الاستبدال بالرجوع الى الشكل السابق رقم ( ٨ ) ، فاذا فرض ان أسعار  
عنصر العمل وأسعار عنصر رأس المال تغيرت بنسب متساوية فان خط السواء للتكاليف يصبح  $A_1 B_1$   
ونقطة التوازن بين الانتاج والتكاليف تصبح  $C_1$  . ويلاحظ أن نقطة التوازن  $C_1$  تقع على  
نفس منحنى البدايه أى منحنى السواء للانتاج  $S_1$  . ويطلق على النقص في الحجم المستخدم من  
عنصر العمل من المستوى  $A_1$  الى  $A_2$  بأثر الاستبدال . وعلى هذا فان أثر الاستبدال يكون دائما  
في اتجاه عكسى لتغير أسعار العنصر . أى اذا زادت أسعار العنصر نقص الحجم المستخدم من  
هذا العنصر أما اذا نقصت أسعار العنصر زاد الحجم المستخدم منه .

أما أثر الانتاج يمكن ايضاحه بالرجوع الى الافتراض الأول ، وهو زيادة أسعار عنصر العمل دون تغير  
العنصر الآخر ، وعلى اساس هذا الافتراض يصبح خط السواء للتكاليف  $A_2 B_2$  ومنحنى السواء للانتاج  
 $S_2$  ونقطة التوازن  $C_2$  . ويلاحظ عند هذه النقطة الجديدة للتوازن  $C_2$  فان الحجم  
المستخدم من عنصر العمل ينقص من المستوى  $A_2$  الى  $A_3$  . وهذا النقص الأخير في الحجم  
المستخدم من عنصر العمل يطلق عليه بأثر الانتاج . أى أن تغير مستوى الانتاج من منحنى السواء  
لانتاج  $S_1$  الى منحنى السواء للانتاج  $S_2$  والذي صاحب تغير مستوى التكاليف من خط السواء  
للتكاليف  $A_1 B_1$  الى خط السواء للتكاليف المتوازي  $A_2 B_2$  — الذى يفترض تغير أسعار عنصر  
العمل ورأس المال بنسب متساوية — أدى الى نقص الحجم المستخدم من عنصر العمل من المستوى



٢ الى ٣ وهذا ما يطلق عليه بأثر الانتاج .

وعلى هذا فان النقص فى الحجم المستخدم من عنصر العمل من المستوى ١ الى ٣ يمثل الأثر الكلى الناتج عن تغير أسعار عنصر العمل ، وهذا النقص يمثل مجموع النقص فى الحجم المستخدم من عنصر العمل من المستوى ١ الى ٢ ، والذي يطلق عليه بأثر الاستبدال والنقص من المستوى ٢ الى ٣ والذي يطلق عليه بأثر الانتاج . ويمكن ايجاز هذه العلاقه على النحو التالى :

$$\begin{matrix} \text{الأثر الكلى} & = & \text{أثر الاستبدال} & + & \text{أثر الانتاج} \\ ( ١ \text{ } ٣ ) & & ( ١ \text{ } ٢ ) & & ( ٢ \text{ } ٣ ) \end{matrix}$$

### ٣- العلاقة بين انتاج وآخر Product-product relationship

عند دراسة العلاقه بين أحد عناصر الانتاج وانتاج هذا العنصر أو العلاقه بين عنصرين للانتاج وانتاج هذين العنصرين ، كانت العناصر المستخدمه لا يوضح تلك العلاقات عناصر تستخدم فى مرحلتها الأولى ، أى توجه الى استخدامها الأول . فمثلا فانه من المعروف أن كل من السماد ومياه الري والعمل البشرى و ..... الخ يوجه الى انتاج القطن أو القمح أو الأذره أو البرسيم أو ..... الخ ويمثل هذا الاستخدام الأول لهذه العناصر ، الا أن الأمر لا يقف عند هذا الحد بل يوجه بعد ذلك كل من محصولى الأذره والبرسيم الى تسمين الماشيه لانتاج اللحوم . على هذا فان كل من محصولى الأذره والبرسيم فى هذه المرحله يستخدمان فى انتاج اللحم كعنصرين للانتاج ويمثل هذا الاستخدام الثانى لعناصر الانتاج السابقه - السماد والتقاوى ومياه الري والعمل البشرى ..... الخ .

لهذا فانه يجدر ايضاح العلاقه بين الانتاج وبين عناصر الانتاج فى استخدامها الأول والثانى ، والى

يطلق عليها العلاقه بين انتاج وآخر Product-product relationship

ونفترض لايضاح هذه العلاقه أن محصول البرسيم ( ب ) ومحصول الأذره ( د ) يستخدمان كعنصرين



لانتاج اللحوم ، وأن كل من السماد والتناوب ومياه الري يستخدم كعنصر متغير في انتاج كل من محصول البرسيم والاذرة ولنرمز لهذه العناصر بالحروف س<sub>١</sub> ، ..... ، س<sub>ن</sub> ، وأن العناصر الثابتة المستخدمة في انتاج البرسيم هي العمل البشرى ورأس المال و ..... الخ ولنرمز لها بالحروف س<sub>١</sub> + ..... ، س<sub>ح</sub> ، وأن العناصر الثابتة المستخدمة في انتاج الازرة هي الآلات والمباني و ..... الخ ولنرمز لها بالحروف س<sub>١</sub> + ..... ، س<sub>هـ</sub> ، وطبقا لهذه الافتراضات فان الدالة الانتاجية لمحصول البرسيم يمكن ابرازها في المعادلة التالية .

$$ب = د (س_١ ، ..... ، س_ن | س_١ + ..... ، س_ح)$$

أى أن الانتاج من البرسيم ( ب ) يعتمد على العناصر المتغيرة ( س<sub>١</sub> ، ..... ، س<sub>ن</sub> ) والعناصر الثابتة ( س<sub>١</sub> + ..... ، س<sub>ح</sub> ) .

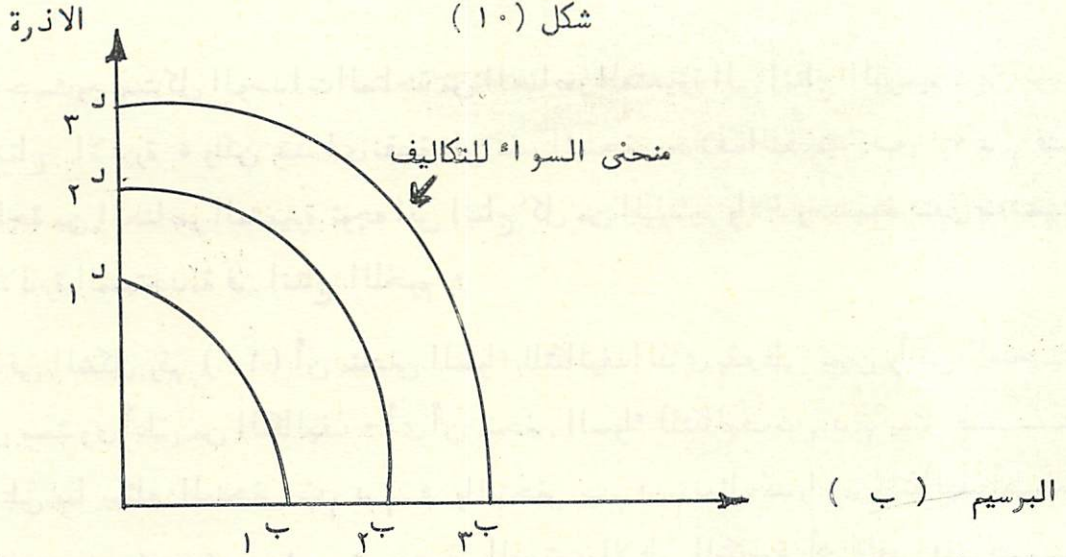
كما أن الدالة الانتاجية لمحصول الازرة يمكن ابرازها في المعادلة التالية :

$$د = (س_١ ، ..... ، س_ن | س_١ + ..... ، س_هـ)$$

أى أن الانتاج من الازرة ( د ) يعتمد على العناصر المتغيرة ( س<sub>١</sub> ، ..... ، س<sub>ن</sub> ) - أى نفس العناصر المتغيرة المستخدمة في انتاج البرسيم - وعلى العناصر الثابتة ( س<sub>١</sub> + ..... ، س<sub>هـ</sub> ) أى خلاف العناصر الثابتة المستخدمة في انتاج البرسيم .

ويمكن التعرف على العلاقة بين محصولى البرسيم والازرة ونتاجهما من اللحوم فى الشكل رقم (١٠)





يمثل المحور الرأسى فى الشكل السابق الوحدات المستخدمة من الاذرة (د) بينما يمثل المحور الافقى الوحدات المستخدمة من البرسيم (ب). أما المنحنيات ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠ فيطلق على كل منها منحنى امكانيه الانتاج Production possibility curve أو غالبا ما يسمى منحنى السواء للتكاليف Iso-cost curve والذي يمثل مختلف التوليفات Various combinations من الاذرة (د) والبرسيم (ب) والتي يمكن انتاجها بقدر متساوى من التكاليف، فعند النقطة د على المنحنى ب ١، فان القدر المستخدم من الاذرة هو د ١، بينما المستخدم من البرسيم لا شيء، وعند النقطة ب ١ على نفس المنحنى فان القدر المستخدم من البرسيم يبلغ ب ١ ومن الاذرة لا شيء، ولكن عند اى نقطة على نفس المنحنى خلاف النقطتين ب ١، د ١، فان هناك قدرا مستخدما من كل البرسيم والاذرة ولكن أقل من ب ١ من البرسيم ومن د من الاذرة. ويعنى هذا انه من النقطة د ١ فان كل الوحدات المتاحة من العناصر المتغيرة س ١، س ٢، س ٣، س ٤، س ٥، س ٦، س ٧، س ٨، س ٩، س ١٠ أن السماد ومياه الري والعمل البشرى وخلافه وجهت بأكملها الى انتاج الاذرة دون توجيه اى قدر الى انتاج البرسيم، والعكس صحيح

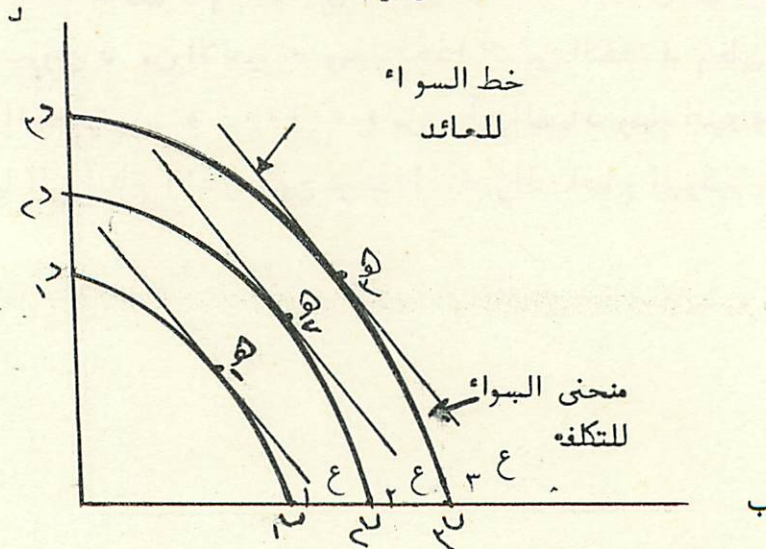


عند النقطة ب حيث وجهت كل الوحدات المتاحة من العناصر المتغيرة الى انتاج البرسيم دون توجيهه  
أى قدر الى انتاج الازرة ، ولكن عند اى نقطة على نفس المنحنى خلاف النقطتين ب ١ ، د ١ فان  
الوحدات المتاحة من العناصر المتغيرة توجه الى انتاج كل من البرسيم والازرة بنسبة تتفق مع نسبة  
البرسيم الى الازرة المستخدمة فى انتاج اللحوم .

ويلاحظ فى الشكل رقم ( ١٠ ) أن منحنى السواء للتكاليف الذى يقع على يمين وأعلى المنحنى  
ب ١ د ١ يمثل مستوى أعلى من التكاليف أى أن منحنى السواء للتكاليف ب ٢ د ٢ يمثل قدرا  
من التكاليف أعلى مما يمثله المنحنى ب ١ د ١ ، والمنحنى ب ٣ د ٣ يمثل قدرا من التكاليف أعلى  
مما يمثله المنحنى ب ٢ د ٢ ، ويعنى المستوى الأعلى للتكاليف أن القدر الموجب  
من العناصر المتغيرة الى انتاج كل من الازرة والبرسيم أكبر منه فى حالة المستوى الاقل للتكاليف ،  
اى أنه عند أى نقطة على المنحنى ب ٢ د ٢ فان الوحدات المستخدمة من العناصر المتغيرة ( السماد  
ومياه الري والعمل البشرى ) فى انتاج الازرة والبرسيم أكبر منها عند اى نقطة على المنحنى ب ١ د ١ .  
وعموما فانه يمكن تحديد افضل قدر لانتاج كل من الازرة والبرسيم والذى بدوره يستخدم فى انتاج  
اللحوم وذلك بمعرفة اسعار كل من الازرة والبرسيم . ومن خلال معرفة اسعار الازرة والبرسيم يمكن  
تحديد ما يسمى خط السواء للعائد Iso-revenue line كما يتضح فى الشكل

رقم ( ١١ ) .

شكل رقم ( ١١ )





ويمثل كل من خطوط السواء للعائد ع ، ع ، ع في الشكل ( ١١ ) التوليفات المختلفة من انتاج الاذرة والبرسيم التي تحقق قدراً متساوياً من العائد . وبديهي فان جميع النقط على خط السواء للعائد ع تمثل عائداً أكبر منه في حالة جميع النقط على خط السواء للعائد ع ، وبالتالي فان جميع النقط على خط السواء للعائد ع تمثل عائداً أعلى منه في حالة جميع النقط على ع ، ع . وعلى هذا فانه باستخدام كل من خط السواء للعائد ومنحنى السواء للتكاليف يمكن تحديد المستوى الذي يمثل أفضل نسبة لانتاج كل من الاذرة والبرسيم ، ففي الشكل رقم ( ١١ ) فان نقطه المماس لمنحنى السواء للتكاليف ب د وخط السواء للعائد ع تمثل افضل النقط . ويلاحظ أنه عند النقطه هـ فان انحدار خط السواء للعائد ع يساوى انحدار منحنى السواء للتكاليف ب د ، ويمكن ابراز هذه العلاقة التي تمثل أفضل نقطه لانتاج الاذرة والبرسيم لاستخدامهما في انتاج اللحم على النحو التالى :

$$\frac{\text{ع ح}}{\text{س}} = \frac{\text{ع ح}}{\text{س}}$$

$$\frac{(س_1، \dots، س_n) \times س}{س} = \frac{(س_1، \dots، س_n) \times س}{س}$$

$$\frac{(س_1، \dots، س_n)}{س} = \frac{(س_1، \dots، س_n)}{س}$$

حيث أن :

- ع ح ( س<sub>١</sub> ، ... ، س<sub>ن</sub> ) ترمز الى الغلة الحديه للعناصر المتغيره  
س ، ... ، س<sub>ن</sub> المستخدمة في انتاج البرسيم ب

- س ترمز الى سعر الوحدة من البرسيم

- ( س<sub>١</sub> ، ... ، س<sub>ن</sub> ) ترمز الى سعر الوحدة من كل من س<sub>١</sub> ، ... ، س<sub>ن</sub> "

غ ح

- ( س ١ ، ، ، ، ، س ) ر ترمز الى الغلة الحديدية للعناصر المتغيرة س ١ ، ، ، ، ، س ن المستخدمة فى انتاج الاذرة .

- س ترمز الى سعر الوحدة من الاذرة .

وتبرز هذه المعادلة أن الانتاج الأمثل من البرسيم والاذرة يتحقق اذا كانت النسبة بين القيم النقدية للغلة الحديدية للعناصر المتغيرة المستخدمة فى انتاج البرسيم وسعر وحده من كل من هذه العناصر تساوى النسبة بين القيم النقدية للغلة الحديدية لهذه العناصر المستخدمة فى انتاج الاذرة وسعر وحدة من كل من هذه العناصر .

وبصوره أخرى فانه يمكن ابراز هذه المعادلة حتى تطابق ما سبق ايضاحه عند دراسه الحجم الأمثل لاستخدام عنصرين للانتاج على النحو التالى :

$$\frac{\text{غ ح (س ١) ب} \times \text{س ب}}{\text{س س ١}} = \dots = \frac{\text{غ ح (س ن) ب} \times \text{س ب}}{\text{س س ن}} = \dots = \frac{\text{غ ح (س ١) ر} \times \text{س ر}}{\text{س س ١}}$$

حيث أن :

- غ ح (س ١) ب ترمز الى الغلة الحديدية للعنصر س ١ المستخدم فى انتاج البرسيم ب
- غ ح (س ١) ر ترمز الى الغلة الحديدية للعنصر س ١ المستخدم فى انتاج الاذرة ( ر )



وتبين هذه المعادلة أن الحجم الأمثل لاستخدام العناصر المتغيرة في أكثر من محصول (الأذرة والبرسيم مثلا) يتحقق عند تساوى القيمة النقدية للغلة الحدية لأي عنصر في أى استخدام بسعر الوحدة من هذا العنصر . ففى مثلنا هذا فإن الحجم الأمثل لاستخدام العناصر المتغيرة فى إنتاج البرسيم والأذرة يتحقق إذا تساوت نسبه القيمة النقدية للغلة الحدية لعنصر السماد الى سعر الوحدة من السماد فى إنتاج كل من البرسيم والأذرة وتساوى هذا أيضا مع نسبه القيمة النقدية للغلة الحدية لعنصر مياه الري الى سعر الوحدة من مياه الري فى إنتاج كل من البرسيم والأذرة وهكذا بالنسبه لعنصر العمل البشرى .

### ثالثا : تكاليف الإنتاج Costs of production

(١) تعريف :

تشير تكاليف الإنتاج الى التكاليف المدفوعة والتكاليف المقدرة أو قد تشير الى التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة الواجب انفاقها للحصول على العناصر المختلفة واللازمه للإنتاج . وقد يطلق على التكاليف المدفوعة " التكاليف المبينه او المعلنه Explicit costs وهى عبارته عن التكاليف التى تدفعها المنشأة فعلا للحصول على عناصر الإنتاج وتشمل الأجور وفوائد رأس المال وقيمه المواد الخام ..... الخ . أما التكاليف المقدرة فيطلق عليها " التكاليف الغير مبينه أو الضمنيّه Implicit costs وتشكل أساسا أجر صاحب العمل والذى يقدر على أساس العائد الذى سيضحي به نظير مساهمته فى العمل . ويعتمد هذا التقدير على مبدأ تكاليف الفرص البديله الذى يوضح أن المنشأة لكى تحصل على عنصر إنتاجى معين لابد وأن تدفع قدرا مساويا لما يدفع لهذا العنصر فى استخدام آخر .

أما التكاليف الثابتة أو التكاليف المتغيرة فترتبط أساسا بالمدى الزمنى الذى تستخدم فيه عناصر الإنتاج ، أى أن التمييز بين التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة يرتبط بالتمييز بين الأجل

القصير والأجل الطويل . ويقصد بالأجل القصير Short-run الفترة الزمنية التي تسمح للمنشأة بتغيير كل عناصر الانتاج المستخدمة ، انما تسمح بتغيير بعض هذه العناصر . وبمعنى آخر فانها الفترة الزمنية التي تسمح للمنشأة بتغيير حجم الانتاج Output size دون تغيير حجم المشروع Plant-size عن طريق تغيير الوحدات المستخدمة من بعض العناصر مع بقاء العناصر الأخرى ثابتة دون تغيير . ويعرف هـ . هـ . ليفانسكى<sup>(١)</sup> الأجل القصير على النحو التالي :

" The short-run period is a period of time sufficiently long to allow the firm to change its output from existing capacity, but not sufficiently long to allow the firm to make changes in its capacity."

أما الأجل الطويل long-run فيقصد به الفترة الزمنية التي تسمح بتغيير كل من حجم الانتاج وحجم المشروع عن طريق تغيير الوحدات المستخدمة من كل من عناصر الانتاج . لهذا فان عناصر الانتاج الثابتة في الأجل القصير تصبح عناصر متغيرة في الأجل الطويل . وبالأحرى فان كل عناصر الانتاج في الأجل الطويل تعتبر عناصر متغيرة .

وعلى هذا فان التكاليف الثابتة تمثل التكاليف التي لا تتغير بتغير حجم الانتاج ، أى على ثابتة سواء زاد أو نقص الانتاج . أما التكاليف المتغيرة فهي التكاليف التي تتغير بتغير حجم الانتاج وفي اتجاه تغيره ، أى تزداد بزيادة الانتاج وتنقص بنقص الانتاج . من هذا يتبين أن دراسة تكاليف الانتاج في الأجل القصير تستهدف التعرف على طبيعته العلاقة بين تغير التكاليف وتغير الانتاج الناتج عن تغير الوحدات المستخدمة من بعض العناصر الذي يسمح الزمن المتاح في هذا الأجل بتغيرها .



وعلى وجه العموم فإنه يمكن دراسة العلاقة بين التغير في التكاليف والانتاج في الأجل القصير والأجل الطويل الناتج عن التغير المباشر في الوحدات المستخدمة من عناصر الانتاج أو عن التغير في حجم المشروعات ، وذلك باستخدام منحنيات التكاليف الكلية والتكاليف الكلية الثابتة والتكاليف الكلية المتغيرة ومتوسط هذه التكاليف وأيضا التكاليف الحدية .

(٢) منحنيات التكاليف للأجل القصير : Short-run cost curves

تقدر التكاليف الكلية لانتاج معين في الأجل القصير بمجموع التكاليف الكلية الثابتة والتكاليف الكلية المتغيرة . ويقصد بالتكاليف الكلية الثابتة — كما سبق الإشارة — اجمالي التكاليف التي لا تتغير بتغير حجم الانتاج كتكاليف المباني والأرض والآلات وفوائد رأس المال ..... الخ ، بينما يقصد بالتكاليف الكلية المتغيرة باجمالي التكاليف التي تتغير بتغير حجم الانتاج كتكاليف العمل والسماح والتقاوى والمبيدات ..... الخ .

ولايضاح التكاليف الكلية والتكاليف الكلية الثابتة والتكاليف الكلية المتغيرة في الأجل القصير رقميا ، نفترض أن بعض العناصر المتغيرة كالسماح والتقاوى والمبيدات وبعض العناصر الثابتة كالارض والآلات استخدمت في انتاج خمس عشر وحدة من محصول القطن وأن هذه الوحدات من الانتاج صاحبها التكاليف الكلية والتكاليف الكلية الثابتة والتكاليف الكلية المتغيرة المدونة في الجدول رقم (١٢)

جدول رقم ( ۱۲ )

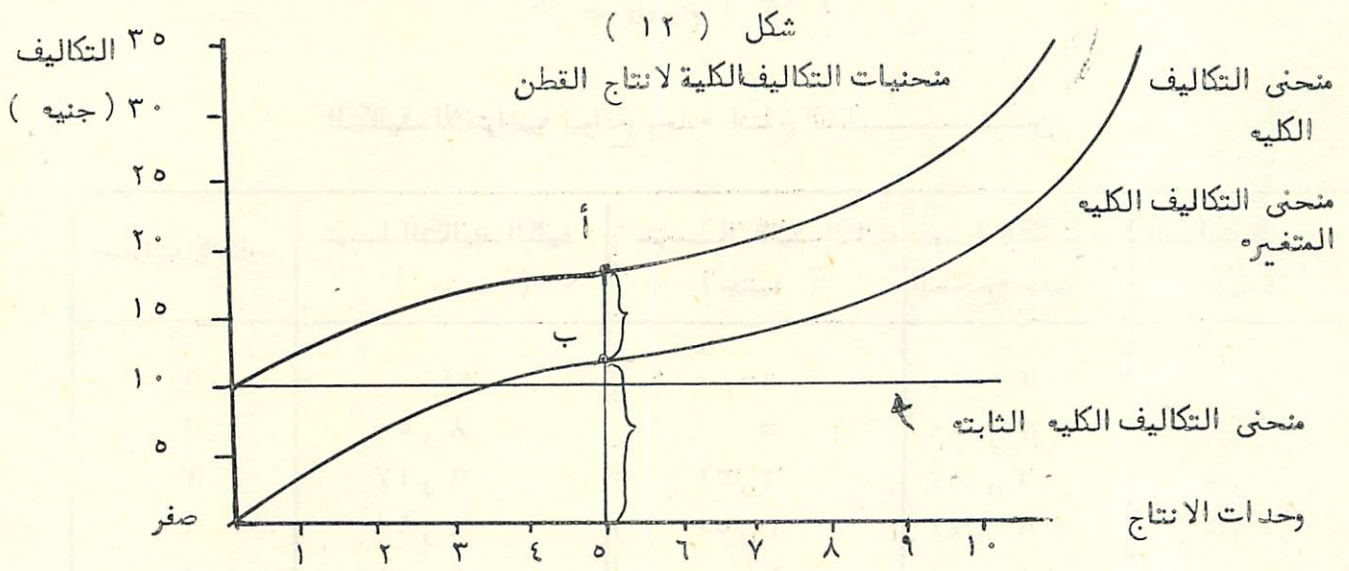
التكاليف الكلية الافتراضية لانتاج القطــــــــــــن

| التكاليف الكلية المتغيرة<br>( جنيـه ) | التكاليف الكلية الثابتة<br>( جنيـه ) | وحدات الانتاج |
|---------------------------------------|--------------------------------------|---------------|
| ١٤                                    | ٤                                    | ١             |
| ١٧                                    | ٧                                    | ٢             |
| ١٨ , ٥                                | ٨ , ٥                                | ٣             |
| ١٩ , ٦                                | ٩ , ٦                                | ٤             |
| ٢٠ , ٤                                | ١٠ , ٤                               | ٥             |
| ٢١                                    | ١١                                   | ٦             |
| ٢١ , ٥                                | ١١ , ٥                               | ٧             |
| ٢٢                                    | ١٢                                   | ٨             |
| ٢٢ , ٦                                | ١٢ , ٦                               | ٩             |
| ٢٣ , ٤                                | ١٣ , ٤                               | ١٠            |
| ٢٤ , ٧                                | ١٤ , ٧                               | ١١            |
| ٢٦ , ٢                                | ١٦ , ٢                               | ١٢            |
| ٢٨ , ٣                                | ١٨ , ٣                               | ١٣            |
| ٣٠ , ٧                                | ٢٠ , ٧                               | ١٤            |
| ٣٣ , ٩                                | ٢٣ , ٩                               | ١٥            |

يتضح من الجدول السابق أن أى قيمة لكل من التكاليف الكلية المدونة فى العمود الرابع عند مستوى



معين من الانتاج تقدر بمجموع قيمه التكاليف الثابته وقيمة التكاليف المتغيره عند هذا المستوى هو أن قيم كل من التكاليف المتغيره والتكاليف الكليه تزداد بزيادة الوحدات المنتجه ، وأن الزيادة فى قيم التكاليف المتغيره تتساوى مع الزيادة فى قيم التكاليف الكليه الناتجه عن زيادة وحده من الانتاج، ويمكن تصور هذه القيم الافتراضيه للتكاليف الكليه والتكاليف الكليه الثابته والتكاليف الكليه المتغيره لانتاج خمس عشرة وحده من القطن بيانيا فى الشكل ( ١٢ ) .

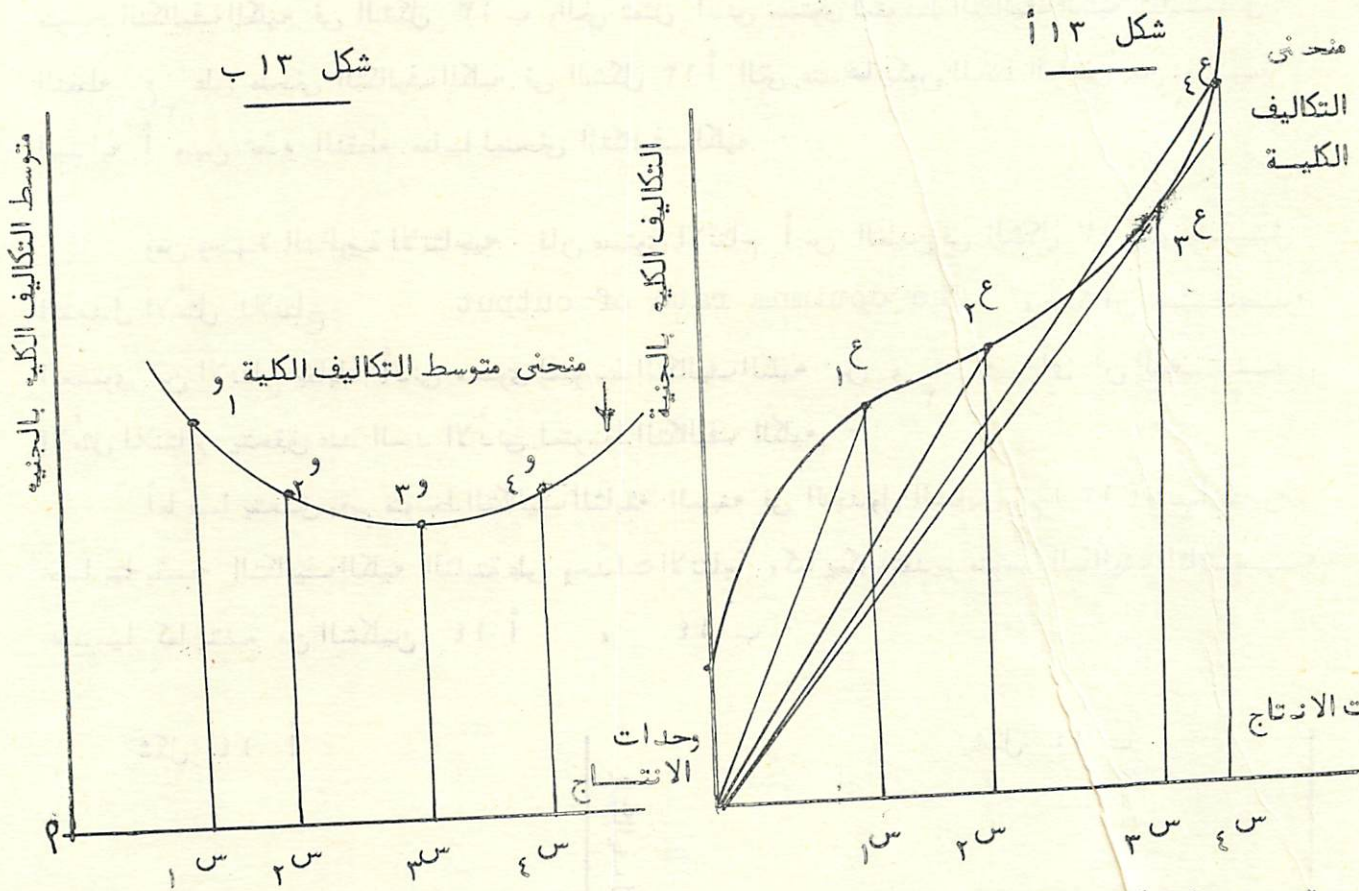


ويتضح من الشكل ( ١٢ ) أن منحنى التكاليف الكليه الثابته تأخذ شكل الخط المستقيم الموازى للمحور الأفقى ، وأن منحنى التكاليف الكليه يأخذ نفس شكل منحنى التكاليف الكليه المتغيره حيث أن أى زياده فى الانتاج يصاحبها زياده فى التكاليف الكليه المتغيره وبالتالى زياده متعاطله فى التكاليف الكليه، وأن كلا من منحنى التكاليف الكليه المتغيره ومنحنى التكاليف الكليه محدب الى أعلى خلال الوحدات الأولى من الانتاج حيث أن التكاليف المتغيره وبالتالى التكاليف الكليه تزداد أولاً كنتيجه لزيادة حجم الانتاج وذلك بوحدات متناقصه ، ثم تبدأ فى الزيادة بوحدات متزايدة وهنا يصبح كل من منحنى التكاليف الكليه والتكاليف الكليه المتغيره محدبا الى أسفل . ويلاحظ أن المسافه بين أى نقطتين متناظرتين على منحنى التكاليف الكليه ومنحنى التكاليف الكليه المتغيره - كالنقطتين أ ، ب مثلاً - تمثل





ويتبين من الجدول رقم ( ١٣ ) أن قيم متوسط التكاليف الكلية عند مستوى معين من الانتاج عبارة عن مجموع قيم متوسط التكاليف الثابتة ومتوسط التكاليف المتغيرة عند هذا المستوى من الانتاج . أى أن قيم متوسط التكاليف الكلية تقدر حسابيا بقسمة التكاليف الكلية على وحدات الانتاج ، كما أنها تقدر عند سياتا على النحو المبين فى الشكلين ١٣ أ ، ١٣ ب .



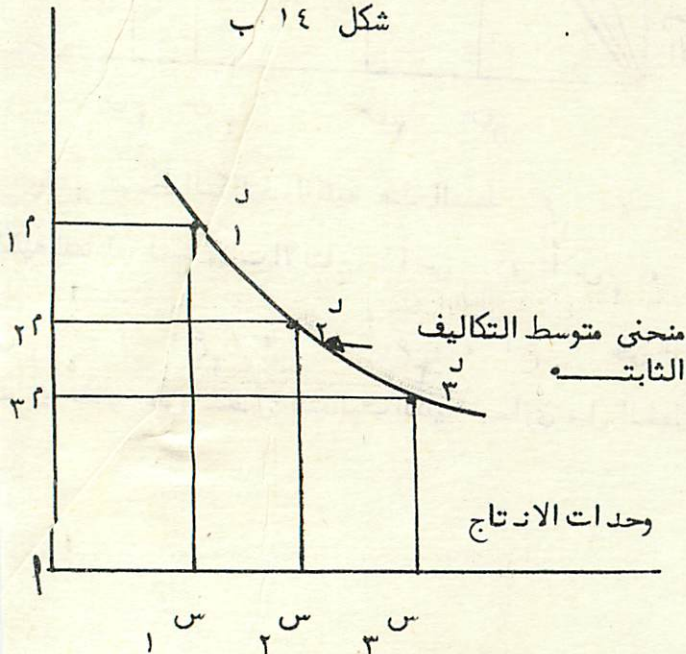
ويقدر متوسط التكاليف الكلية عند النقط ١ ع ، ٢ ع ، ٣ ع ، ٤ ع على منحنى التكاليف الكلية المقابلة لمستويات الانتاج ١ س ، ٢ س ، ٣ س ، ٤ س ، بميل الخطوط على التوالي . أى أن متوسط التكاليف الكلية على أى نقطة على منحنى التكاليف الكلية يساوى ميل الخط الواصل بين هذه النقط ونقطة البدايه أ .



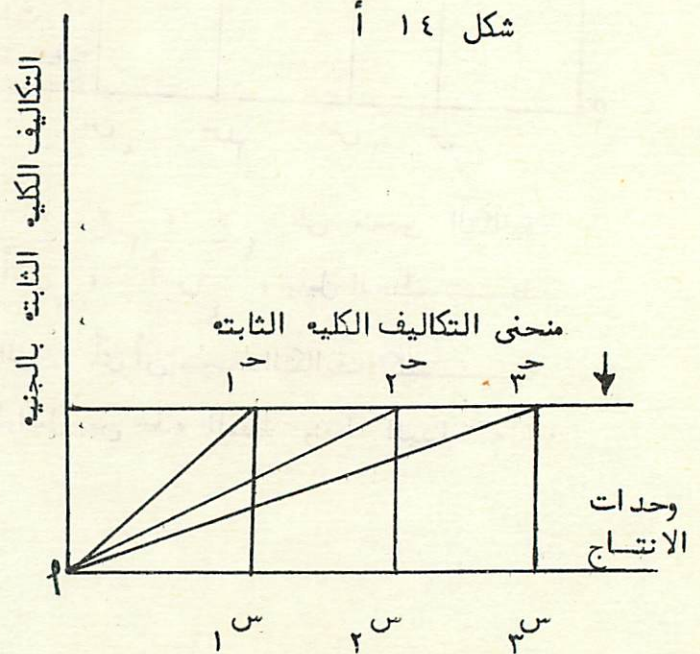
وبتقدير القيم العددية لبعض النقط على منحنى التكاليف الكلية كالنقط ع<sub>١</sub> ، ع<sub>٢</sub> ، ع<sub>٣</sub> ، ع<sub>٤</sub> ،  
وبوضع نقط تمثل هذه القيم فى الشكل ١٣ ب كالنقط و<sub>١</sub> ، و<sub>٢</sub> ، و<sub>٣</sub> ، و<sub>٤</sub> على التوالى ،  
وبتوصيل هذه النقط نحصل على منحنى متوسط التكاليف الكلية . ويلاحظ أن النقطه و<sub>٣</sub> على منحنى  
متوسط التكاليف الكلية فى الشكل ١٣ ب والتي تمثل أدنى مستوى لمتوسط التكاليف الكلية تقابل  
النقطه ع<sub>٣</sub> على منحنى التكاليف الكلية فى الشكل ١٣ أ التي عند ها يكون الخط الواصل بين نقطه  
البدايه أ وبين هذه النقطه مماسا لمنحنى التكاليف الكلية .

ومن وجهة النظرية الانتاجيه فان مستوى الانتاج أس المبين فى الشكل ١٣ ب ، يمثل  
المعدل الأمثل للانتاج The optimum rate of output ، حيث أن هذا  
المستوى من الانتاج يقابله أدنى مستوى لمتوسط التكاليف الكلية س و س<sub>٣</sub> . أى أن المعدل  
الأمثل للانتاج يتحقق عند الحد الأدنى لمتوسط التكاليف الكلية .  
أما فيما يتعلق بقيم متوسط التكاليف الثابتة المبينه فى الجدول السابق رقم ( ١٣ ) فانها مقدره  
حسابيا بقسمه التكاليف الكلية الثابتة على وحدات الانتاج ، كما يمكن تقدير متوسط التكاليف الثابتة  
عندسها كما يتضح من الشكلين ١٤ أ ، ١٤ ب .

شكل ١٤ ب



شكل ١٤ أ





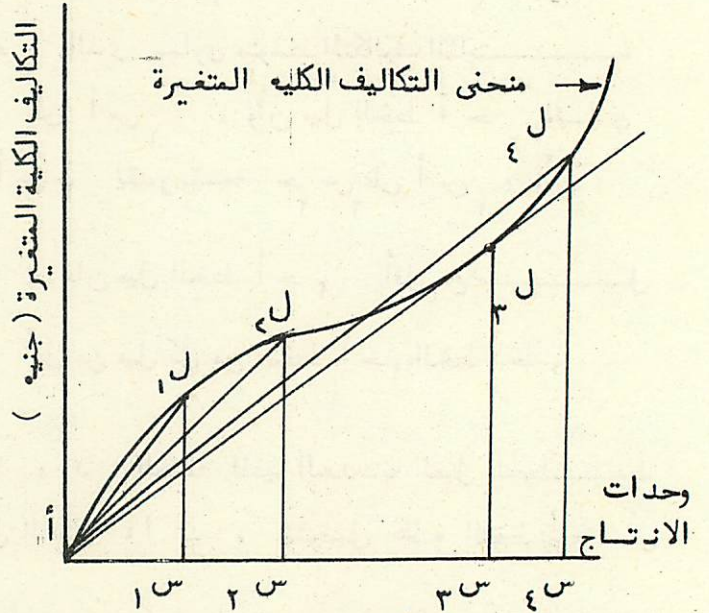
ويتضح من الشكل ١٤ أ أن التكاليف الكلية الثابتة عند مستوى الانتاج  $أ_١$  تقدر بمستوى التكاليف  $ح_١$  ، وأن التكاليف الكلية الثابتة عند مستوى الانتاج  $أ_٢$  تقدر بنفس التكاليف  $ح_٢$  أي أن  $ح_١ = ح_٢$  . وحيث أن ميل الخط  $أ_١ ح_١$  الذي يساوى متوسط التكاليف الثابتة عند مستوى الانتاج  $أ_١$  يقدر بقسمة  $ح_١$  على  $أ_١$  ، وأن ميل الخط  $أ_٢ ح_٢$  الذي يساوى متوسط التكاليف الثابتة عند مستوى الانتاج  $أ_٢$  يقدر بقسمة  $ح_٢$  على  $أ_٢$  ، وأن  $ح_١ = ح_٢$  ، بينما  $أ_١ < أ_٢$  ، فإن ميل الخط  $أ_٢ ح_٢$  أقل من ميل الخط  $أ_١ ح_١$  . وبالمثل فإن ميل الخط  $أ_٣ ح_٣$  أقل من ميل كل من الخط  $أ_٢ ح_٢$  والخط  $أ_١ ح_١$  .

وبلاحظ أنه بوضع النقط  $١$  ،  $٢$  ،  $٣$  الممثلة للقيم العددية لميل الخطوط  $أ_١ ح_١$  ،  $أ_٢ ح_٢$  ،  $أ_٣ ح_٣$  على التوالي في الشكل ١٤ ب ، ويتوصل هذه النقط نحصل

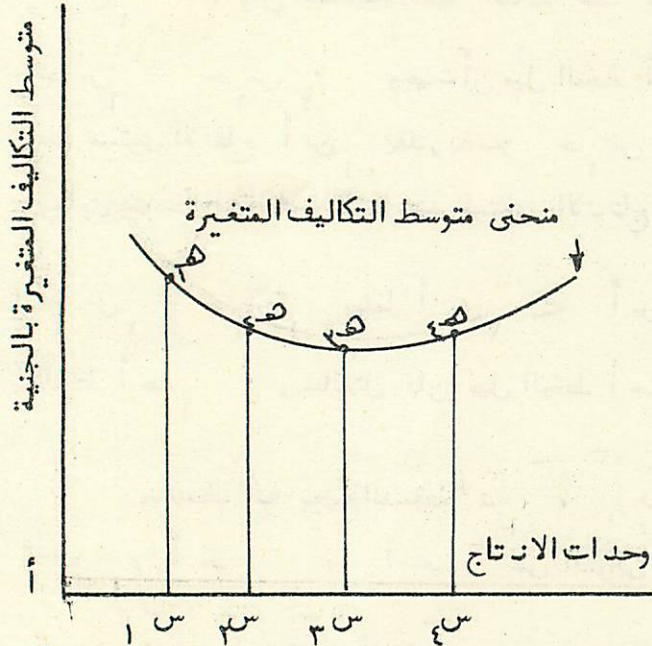
على منحنى متوسط التكاليف الثابتة . ويتبين من النقط  $١$  ،  $٢$  ،  $٣$  على منحنى متوسط التكاليف الثابتة ومن النقط  $س_١$  ،  $س_٢$  ،  $س_٣$  على المحور الأفقى الممثل لوحدة الانتاج في الشكل ١٤ ب ، أن متوسط التكاليف الثابتة يتناقص بزيادة حجم الانتاج .

وبالنسبة لقيم متوسط التكاليف المتغيرة المبينة في الجدول السابق رقم ( ١٣ ) ، فإنها ———— مقدرة رقميا بقسمة التكاليف الكلية المتغيرة على وحدات الانتاج . كما أنها تشتق هندسيا من منحنى التكاليف الكلية المتغيرة كما يتضح من الشكلين ١٥ أ ، ١٥ ب .

شكل ١٥ أ



شكل ١٥ ب



إن متوسط التكاليف المتغيرة عند النقطة  $L_1$  على منحنى التكاليف الكلية المتغيرة في الشكل ١٥ أ يساوي ميل الخط  $AL_1$  ، أي يساوي  $L_1$  على  $AS_1$  ، وعند النقطة  $L_2$  فإنه يساوي ميل الخط  $AL_2$  ، أي يساوي  $L_2$  على  $AS_2$  . أي أن متوسط التكاليف المتغيرة عند أي نقطة على منحنى التكاليف الكلية المتغيرة يساوي ميل الخط الواصل بين هذه النقطة ونقطة البداية أ .

ويمكن اشتقاق منحنى متوسط التكاليف المتغيرة من منحنى التكاليف الكلية المتغيرة بنفس الطريقة السابقة استخدامها لاشتقاق منحنى متوسط التكاليف الكلية من منحنى التكاليف الكلية أو منحنى متوسط التكاليف الثابتة من منحنى التكاليف الكلية الثابتة ، وذلك عن طريق تقدير القيم العددية لميل الخطوط الواصلة بين أي نقطة على منحنى التكاليف الكلية المتغيرة ونقطة البدايه كالخطوط  $AL_1$  ،  $AL_2$  ،  $AL_3$  ،  $AL_4$  في الشكل ١٥ أ ، وبوضع نقط تمثل القيم العددية لميل هذه الخطوط كالنقط  $هـ_1$  ،  $هـ_2$  ،  $هـ_3$  ،  $هـ_4$  في الشكل ١٥ ب ، ثم بتوصيل هذه النقط نحصل على منحنى متوسط التكاليف المتغيرة .



ويتضح جلياً أن منحنى متوسط التكاليف المتغيره فى الشكل ١٥ ب يتجه الى أسفل كنتيجة لزيادة حجم الانتاج من أ س<sub>١</sub> الى أ س<sub>٣</sub> حتى يصل أدناه عند النقطة هـ ٣ ، ثم يتجه الى أعلى كنتيجة لائ زيادة فى حجم الانتاج الى مستوى أكبر من أ س<sub>٣</sub> .

وجدير بالملاحظة أن النقطة هـ ٣ على منحنى متوسط التكاليف المتغيره التى تمثل أدنى نقطة على هذا المنحنى تقابل النقطة ل ٣ على منحنى التكاليف الكليه المتغيره فى الشكل ١٥ أ التى عندها يكون الخط أ ل ٣ مماساً لمنحنى التكاليف الكليه المتغيره .

ويتتبع منحنى متوسط التكاليف المتغيره فى الشكل ١٥ ب يتبين أنه يأخذ الشكل العكسى لمنحنى الانتاج الحدى السابق الاشارة اليه . ففى حين أن المنحنى الاول يبدأ فى الاتجاه الى أسفل حتى يصل أدناه ثم يتجه الى أعلى كنتيجة لزيادة حجم الانتاج ، فان المنحنى الثانى أى منحنى الانتاج الحدى يتجه بعكس هذا أى يبدأ فى الاتجاه الى أعلى حتى يصل أقصاه ثم يتجه الى أسفل كنتيجة لزيادة الوحدات المستخدمة من العنصر المتغيره ، لهذا فان النقطة القصوى على منحنى الانتاج الحدى تقابل أدنى نقطة على منحنى متوسط التكاليف المتغيره . وتبرز هذه العلاقة العكسيه بين متوسط التكاليف المتغيره والانتاج الحدى أكثر وضوحاً فى المعادله التالیه :

$$\text{متوسط التكاليف المتغيره} = \frac{\text{عناصر الانتاج المتغيره} \times \text{سعر العناصر المتغيره}}{\text{الانتاج}}$$

الانتاج

ويقسمه كل من بسط ومقام الطرف الأيسر للمعادله السابقه بعناصر الانتاج المتغيره فانه يمكن اعاده كتابتها على النحو التالى :

$$\left[ \frac{\text{عناصر الانتاج المتغيره} \times \text{سعر العناصر المتغيره}}{\text{عناصر الانتاج المتغيره}} \right] = \text{متوسط التكاليف المتغيره}$$

$$\frac{\text{الانتاج}}{\text{عناصر الانتاج المتغيره}}$$

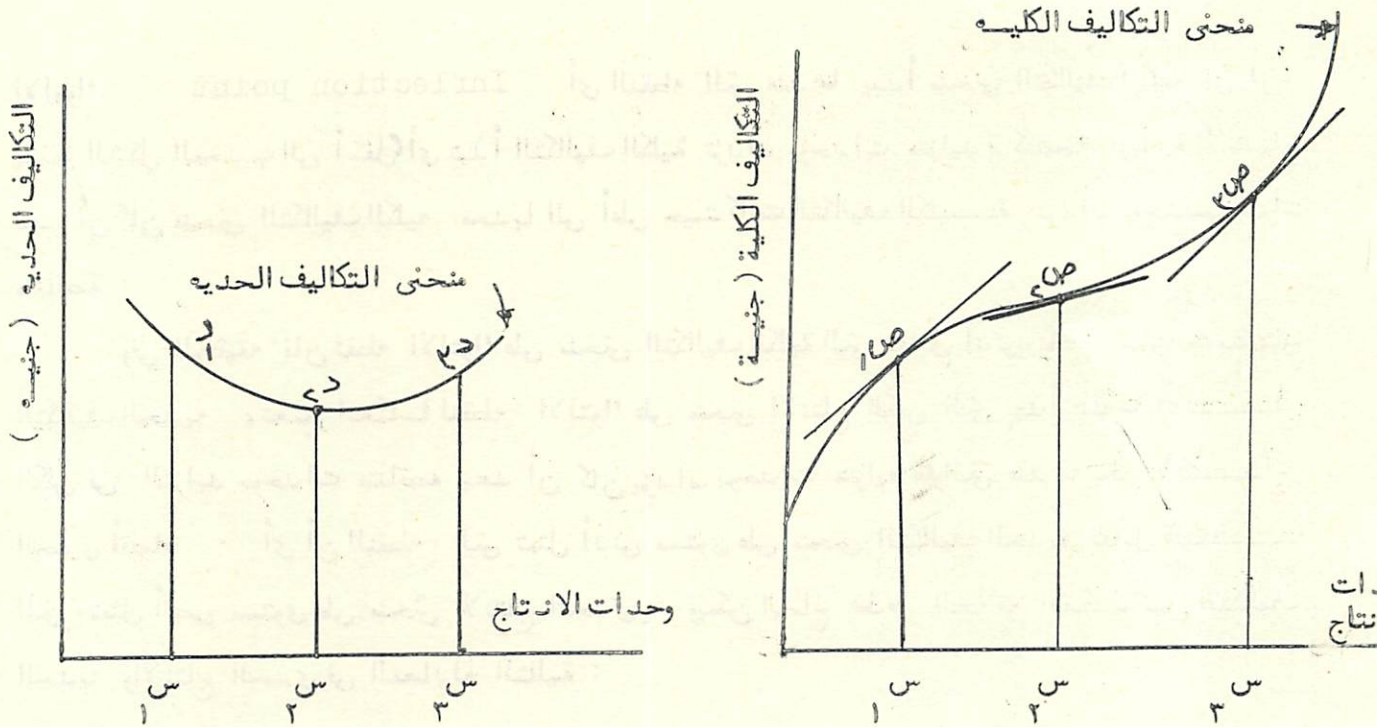
$$\frac{\text{سعر العناصر المتغيره}}{\text{متوسط الانتاج}} =$$

وتبين الصورة الأخيرة للمعادلة أن زيادة متوسط التكاليف المتغيره لا بد وأن يقابلها نقص متوسط الانتاج والعكس صحيح عند نقص متوسط التكاليف المتغيره .

أما فيما يتعلق بالتكاليف الحديه فان قيمها المدونه في الجدول السابق رقم ( ١٣ ) قدرت حسابيا بقسمه التغير في التكاليف الكليه على التغير في وحدات الانتاج . أي أن التكاليف الحديه تعنى التغير في التكاليف الكليه لتغير الانتاج وحده واحدة . ويمكن تقدير منحني التكاليف الحديه هندسيا من منحني التكاليف الكليه بالطريقه الموضحة في الشكلين .

١١٦ أ ، ١٦ ب .





ان التكاليف الحدية عند النقطة ص على منحنى التكاليف الكلية في الشكل ١٦ أ أي عند مستوى الانتاج  $أ_١$  ، تساوى ميل المماس لمنحنى التكاليف الكلية عند هذه النقطة . وبالمثل فان التكاليف الحدية عند النقطتين ص<sub>٢</sub> ، ص<sub>٣</sub> ، أي عند مستوى الانتاج  $أ_٢$  ،  $أ_٣$  ، تساوى المماس لمنحنى التكاليف الكلية عند النقطة ص<sub>٢</sub> والنقطة ص<sub>٣</sub> على التوالي .

من هذا تبين أن التكاليف الحدية عند أي نقطة على منحنى التكاليف الكلية تقدر بميل المماس لمنحنى التكاليف الحدية عند هذه النقطة . ويمكن اشتقاق منحنى التكاليف الحدية من منحنى التكاليف الكلية وذلك بتقدير القيم العددية لميل بعض الخطوط التي تشكل مماساً لمنحنى التكاليف الكلية عند بعض النقاط على منحنى التكاليف الكلية كالنقط ص<sub>١</sub> ، ص<sub>٢</sub> ، ص<sub>٣</sub> في الشكل ١٦ أ ثم وضع نقط تمثل القيم العددية لميل هذه الخطوط كالنقط ب<sub>١</sub> ، ب<sub>٢</sub> ، ب<sub>٣</sub> على التوالي الموضحه في الشكل ١٦ ب ، وتوصيل هذه النقط نحصل على منحنى التكاليف الحدية .

ويلاحظ أن النقطة ص على منحنى التكاليف الكلية في الشكل ١٦ أ التي تقابل أدنى نقطه على منحنى التكاليف الحدية أي النقطة ب في الشكل ١٦ ب ، تمثل نقطه التحول أو نقطه



الالتواء Inflection point أى النقطة التى عندها يبدأ منحنى التكاليف الكليه فى أن يأخذ الشكل المحدب الى أسفل أى تبدأ التكاليف الكليه تزداد بوحدهات متزايدة كنتيجة لزيادة الانتاج بعد أن كان منحنى التكاليف الكليه محدباً الى أعلى حيث كانت التكاليف الكليه تزداد بوحدهات متناقصة .

وفى الحقيقة فإن نقطة الالتواء على منحنى التكاليف الكليه التى تقابل أدنى نقطه على منحنى التكاليف الحديه ، تعتبر انعكاساً لنقطه الالتواء على منحنى الانتاج الكلى التى يبدأ عندها الانتاج الكلى فى التزايد بوحدهات متناقصة بعد أن كان يزداد بوحدهات متزايدة ، التى عندها يبلغ الانتاج الحدى أقصاه . أى أن النقطة التى تمثل أدنى مستوى على منحنى التكاليف الحديه تقابل النقطة التى تمثل أقصى مستوى على منحنى الانتاج الحدى . ويمكن ايضاح هذه العلاقة العكسية بين التكاليف الحديه والانتاج الحدى فى المعادله التالية :

$$\frac{\text{الزيادة فى العناصر المتغيره للانتاج} \times \text{سعر العناصر المتغيره للانتاج}}{\text{الزيادة فى الانتاج}} = \text{التكاليف الحديه}$$

ويقسمه كل من بسط ومقام الطرف الأيسر لهذه المعادله على الزيادة فى العناصر المتغيره للانتاج فان صوره المعادله تكون على النحو التالى :

$$\left[ \frac{\frac{\text{الزيادة فى العناصر المتغيره للانتاج} \times \text{سعر العناصر المتغيره للانتاج}}{\text{الزيادة فى الانتاج}}}{\frac{\text{الزيادة فى الانتاج}}{\text{الزيادة فى العناصر المتغيره للانتاج}}} \right] = \text{التكاليف الحديه}$$

ونظراً لأن خارج القسمة للزيادة فى الانتاج على الزيادة فى العناصر المتغيره للانتاج يمثل الانتاج الحدى كما سبق الاشارة ، فان الصوره الأخيره للمعادله يمكن اختصارها الى النحو التالى :

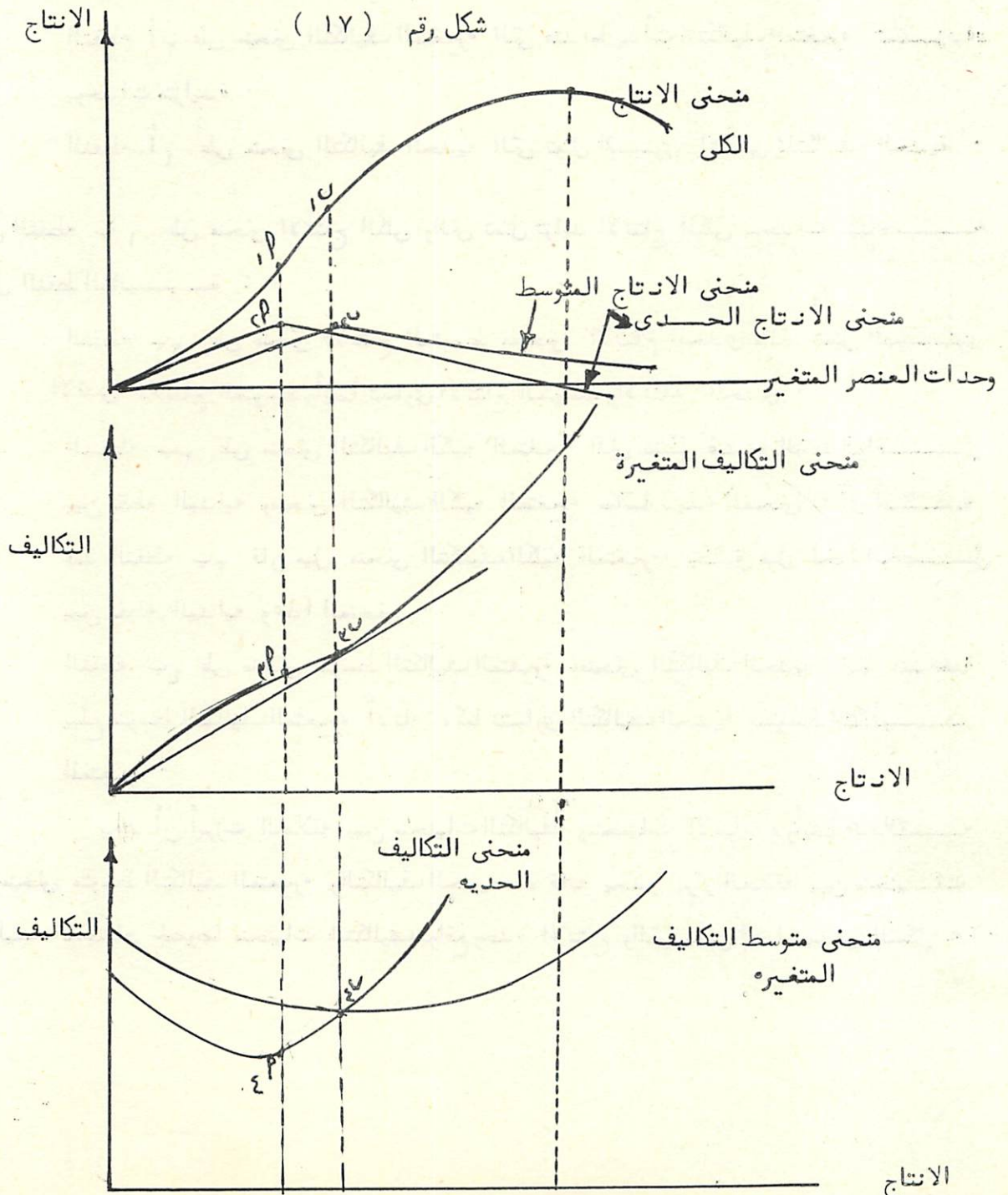


سعر العناصر المتغيرة للانتاج

التكاليف الحدية =

الانتاج الحدى

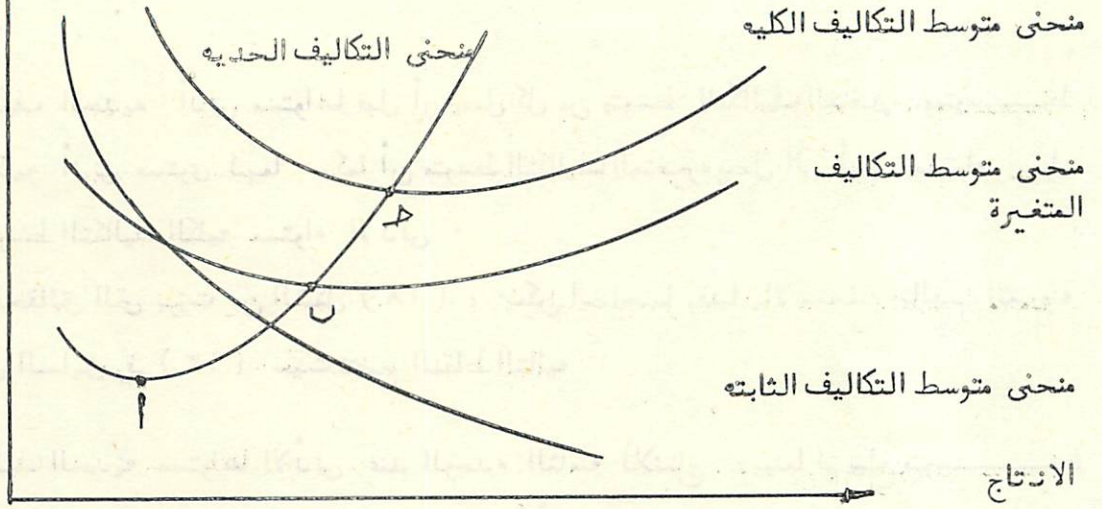
وتبين الصورة الأخيرة للمعادلة أن نقص التكاليف الحدية لا بد وأن يقابله زيادة الانتاج الحدى والعكس صحيح عند زيادة التكاليف الحدية . وعموماً فإنه يمكن إيجاز العلاقة بين منحنيات التكاليف الكلية المتغيرة ومتوسط التكاليف المتغيرة والتكاليف الحدية وبين منحنيات الانتاج الكلى والانتاج المتوسط والانتاج الحدى فى الشكل رقم ( ١٧ ) .



ويتضح من الشكل السابق الحقائق التالية :

- ١- ان نقطة الالتواء أ<sub>١</sub> على منحنى الانتاج الكلى التى عندها بدأ الانتاج الكلى فى التزايد بوحدة متناقصه ، تقابل النقطة الآتية :
    - النقطة أ<sub>٢</sub> على منحنى الانتاج الحدى التى تمثل المستوى الاقصى للانتاج الحدى .
    - النقطة أ<sub>٣</sub> على منحنى التكاليف المتغيره التى عندها بدأت التكاليف المتغيره تنحدر بوحدة متزايدة .
    - النقطة أ<sub>٤</sub> على منحنى التكاليف الحديه التى تمثل المستوى الأدنى للتكاليف الحدية .
  - ٢- ان النقطة ب<sub>١</sub> على منحنى الانتاج الكلى والتى تمثل تزايد الانتاج الكلى بوحدة متناقصه تقابل النقطة التالية :
    - النقطة ب<sub>٢</sub> على منحنى الانتاج المتوسط ومنحنى الانتاج الحدى والتى تمثل المستوى الاقصى للانتاج المتوسط وأيضا تساوى الانتاج المتوسط والانتاج الحدى .
    - النقطة ب<sub>٣</sub> على منحنى التكاليف الكليه المتغيره التى يشكل عندها الخط الواصل بين نقطه البدايه ومنحنى التكاليف الكليه المتغيره مماسا لهذا المنحنى . أى أنه عند النقطة ب<sub>٣</sub> فان ميل منحنى التكاليف الكليه المتغيره يطابق ميل الخط الواصل بين نقطه البدايه وهذا المنحنى .
    - النقطة ب<sub>٤</sub> على منحنى متوسط التكاليف المتغيره ومنحنى التكاليف الحديه التى عندها يبلغ متوسط التكاليف المتغيره أدناه ، كما تتساوى التكاليف الحديه بمتوسط التكاليف المتغيرة .
- بعد أن أبرزت العلاقة بين منحنيات التكاليف ومنحنيات الانتاج ، وأيضا العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف المتغيره والتكاليف الحديه ، فانه يجدر ابراز العلاقة بين منحنيات التكاليف المختلفه خصوصا منحنيات التكاليف بواقع وحده الانتاج والتى يمكن ايضاحها فى الشكل ١٨ .





يوضح الشكل رقم ( ١٨ ) منحنيات متوسط التكاليف الكلية ومتوسط التكاليف المتغيرة ومتوسط التكاليف الثابتة والتكاليف الحدية ، ومن هذه المنحنيات يمكن أن نخرج بالحقائق التالية :

- ١- أن منحنى التكاليف الحدية يقطع منحنى متوسط التكاليف المتغيرة في نقطة نهايته الصغرى أي عند النقطة ب ، ويقطع أيضا منحنى متوسط التكاليف الكلية في نقطة نهايته الصغرى أي عند النقطة ح .
- ٢- عندما يتناقص متوسط التكاليف المتغيرة فان التكاليف الحدية تكون أقل من هذا المتوسط ، وعندما يتزايد متوسط التكاليف المتغيرة فان التكاليف المتغيرة فان التكاليف الحدية تكون أكبر منه . وتمثل هذه العلاقة الصوره العكسيه للعلاقة بين الانتاج والمتوسط والانتاج الحدى ، حيث أنه عند تزايد الانتاج المتوسط فان الانتاج الحدى يكون أكبر من الانتاج المتوسط وعند تناقص الانتاج المتوسط فان الانتاج الحدى يكون أقل من الانتاج المتوسط .
- ٣- عندما يتناقص متوسط التكاليف الكلية فان التكاليف الحدية تكون أقل من متوسط التكاليف الكلية ، بينما تكون التكاليف الحدية أكبر من متوسط التكاليف الكلية عند تزايد هذا المتوسط .



٤- تبلغ التكاليف الحدية أدنى مستواها قبل أن يصل كل من متوسط التكاليف المتغيرة ومتوسط التكاليف الكلية أدنى مستوى لهما . كما أن متوسط التكاليف المتغيرة يصل الى أدنى مستواه قبل أن يصل متوسط التكاليف الكلية مستواه الأدنى .  
ان هذه الحقائق التي برزت من الشكل ( ١٨ ) ، يمكن ايضاحها رقميا بالاستعانة بالقيم المدونة في الجدول السابق رقم ( ١٣ ) حيث تتضح النقاط التالية :

- ١- بلغت التكاليف الحدية مستواها الأدنى عند الوحدة الثامنة للإنتاج ، بينما لم يبلغ متوسط التكاليف المتغيرة ومتوسط التكاليف الكلية مستواهما الأدنى إلا عند الوحدة الحادية عشر والوحدة الثالثة عشر للإنتاج على التوالي .
- ٢- عندما بلغ متوسط التكاليف المتغيرة مستواه الأدنى عند الوحدة الحادية عشر فإن قيمته ( ٣٢٠ ر ١ جنيها ) تساوت مع قيمة التكاليف الحدية .
- ٣- عندما بلغ متوسط التكاليف الكلية مستواه الأدنى عند الوحدة الثالثة عشر فإن قيمته ( ٢١٠ ر ٢ جنيها ) تساوت مع قيمة التكاليف الحدية .
- ٤- عند تناقص متوسط التكاليف المتغيرة فإن قيم هذا المتوسط أكبر من قيم التكاليف الحدية وعلى العكس فعند تزايد متوسط التكاليف المتغيرة فإن قيمة أقل من قيم التكاليف الحدية .
- ٥- وبالمثل فانه عند تناقص متوسط التكاليف الكلية فإن قيمه أكبر من قيم التكاليف الحدية والعكس صحيح عند تزايد هذا المتوسط .

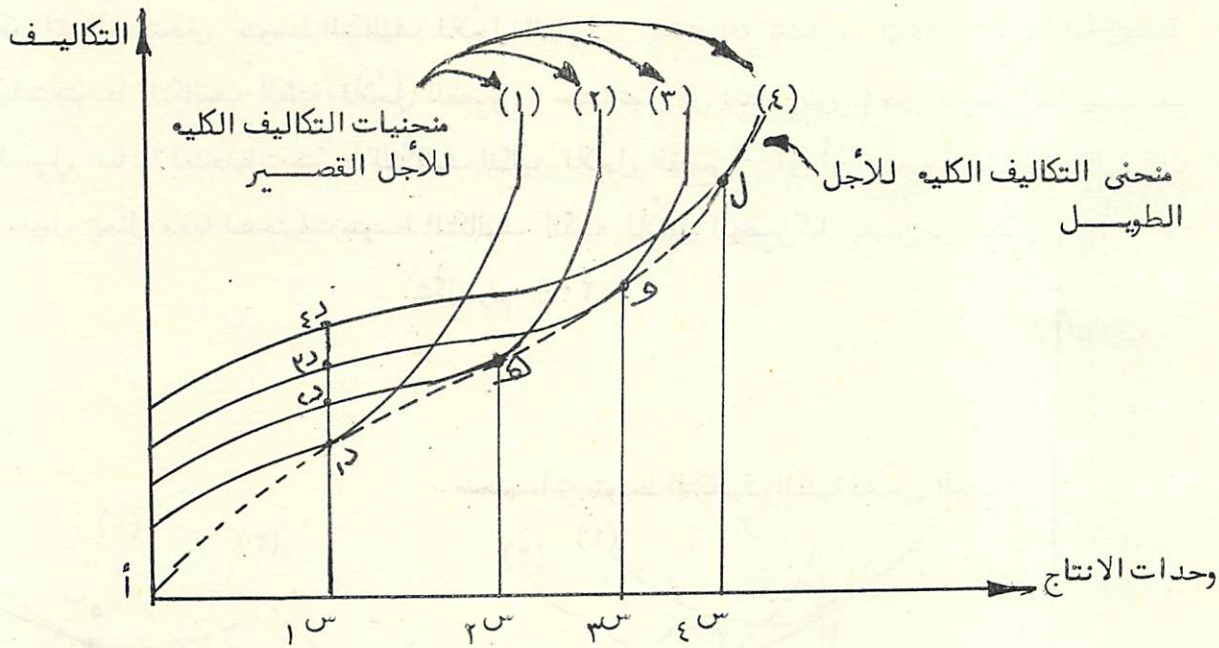
### (٣) منحنى التكاليف للأجل الطويل

يمكن للمنشأة في الأجل الطويل من زيادة أو نقص حجم طاقتها الانتاجية Capacity of production وليس فقط زيادة أو نقص حجم انتاجها الناتج عن تغيير الوحدات المستخدمة من بعض العناصر . ويعود امكان زيادة أو نقص الطاقة الانتاجية للمنشأة في الأجل الطويل الى امكان تغيير الوحدات المستخدمة من كل العناصر ، فالمنشأة يمكن لها في الأجل الطويل من تغيير الوحدات المستخدمة من الأرض والمباني والالات و ..... الخ والتي كانت ثابتة في الأجل القصير .



وعلى هذا فان التكاليف فى الأجل الطويل تعتبر كلها تكاليف متغيرة نظرا لامكان تغيير كل العناصر،  
ولدراسة التكاليف وعلاقتها بالانتاج فى الأجل الطويل ، لابد من التعرف على طبيعته دوال أو  
منحنيات التكاليف للأجل الطويل . ويشير منحنى التكاليف الكليه للأجل الطويل long-run  
total cost curve الى المنحنى الذى يمثل أقل التكاليف الممكنة لانتاج أى أحجام ممكنة  
من الانتاج عندما تكون كل العناصر متغيرة . ويمكن اشتقاق هذا المنحنى من منحنيات التكاليف  
الكليه للأجل القصير كما يتضح من الشكل رقم ( ١٩ ) .

شكل ( ١٩ )



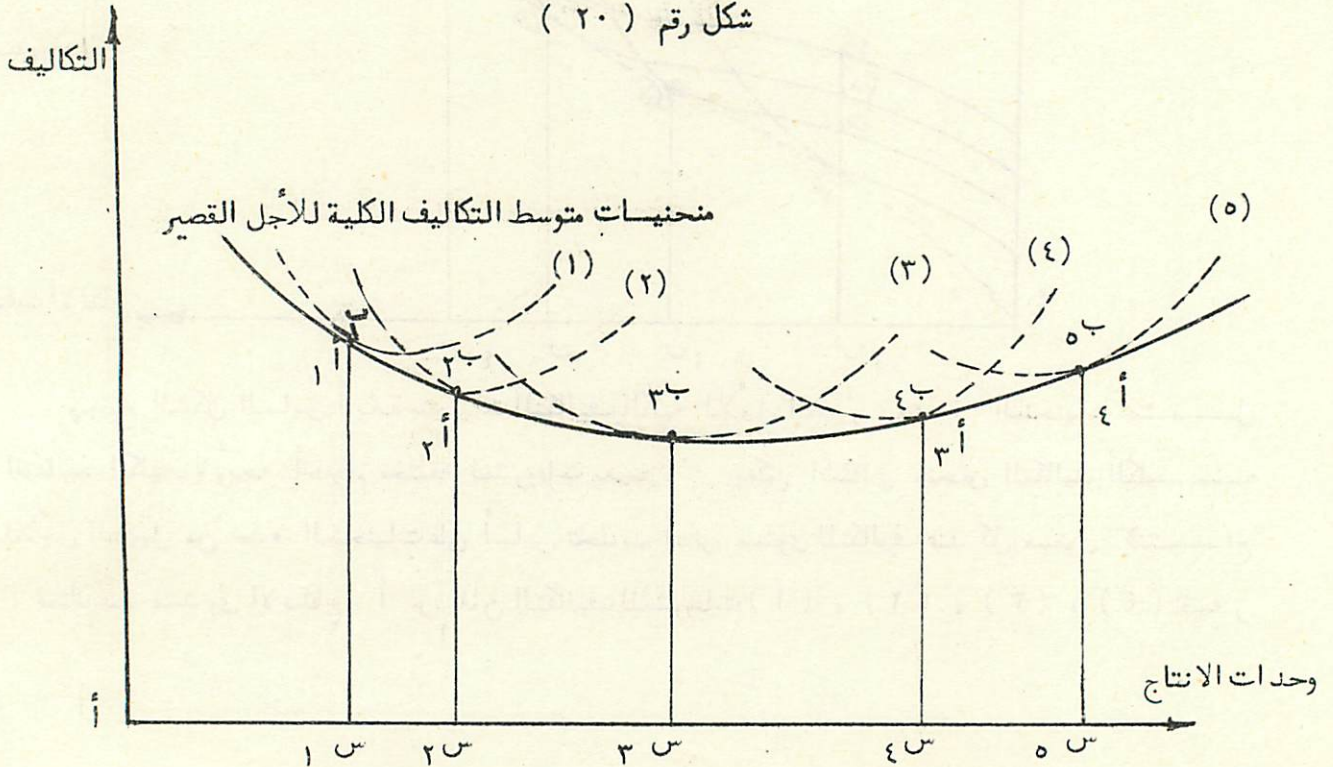
ويوضح الشكل السابق أربعة منحنيات للتكاليف الكليه للأجل القصير ، وهذه المنحنيات تمثل  
التكاليف الكليه لأربعة أحجام مختلفه لمشروعات معينه . ويمكن اشتقاق منحنى التكاليف الكليه  
لأجل الطويل من هذه المنحنيات على أساس تحديد أدنى مستوى للتكاليف عند كل مستوى للانتاج  
، فمثلا عند مستوى الانتاج  $أ$  فان التكاليف للمشروعات ( ١ ) ، ( ٢ ) ، ( ٣ ) ، ( ٤ ) تقدر



بالمسافات  $س١$  ،  $س٢$  ،  $س٣$  ،  $س٤$  على التوالي ، ونظرا لأن  $س١ > س٢$  ،  $س٢ > س٣$  ،  $س٣ > س٤$  فان التكاليف  $س١$  ،  $س٢$  ،  $س٣$  ،  $س٤$  التي تمثل التكاليف الكلية للمشروع (١) هي نفسها احدى النقط على منحنى التكاليف الكلية للأجل الطويل عند مستوى الانتاج  $أس١$  ، وبالمثل فانه يمكن تحديد نقط أخرى عند مستويات أخرى للانتاج كالنقط  $هه$  ،  $و$  ،  $ل$  عند مستويات الانتاج  $أس٢$  ،  $أس٣$  ،  $أس٤$  على التوالي ، وبتوصيل هذه النقط نحصل على منحنى التكاليف الكلية للأجل الطويل . من هذا نخرج بأن منحنى التكاليف الكلية للأجل الطويل الذى يمثل أقل المستويات للتكاليف عند مستويات مختلفة للانتاج يمثل ايضا الغلاف لمختلف منحنيات التكاليف للأجل القصير حيث أن منحنى التكاليف للأجل القصير لا يقطع منحنيات التكاليف للأجل القصير ولكنه يشكل مماسا لها .

ويمكن اشتقاق منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل long-run overage cost curve من منحنيات متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير ، حيث تمثل كل نقطه على منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل مماسا لمنحنيات متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير . أى أن منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل يمثل غلafa لمنحنيات متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير كما يتبين فى الشكل رقم (٢٠) .

شكل رقم ( ٢٠ )





وبلاحظ أن منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل يأخذ الشكل المحدب الى أسفل ، حيث يتجه أولا الى أسفل كنتيجة لزيادة حجم الانتاج الى أن يصل أدنى مستواه عند النقطة ب<sup>٣</sup> التي تقابل مستوى الانتاج أ س<sup>٣</sup> ، ثم يتجه الى أعلى كنتيجة لاي زيادة في حجم الانتاج . ويتبين من الشكل رقم ( ٢٠ ) . أن منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل في جزئه المتناقص يشكل مماسا لمنحنى متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير للمشروع (١) وأيضا لمنحنى المشروع (٢) عند النقطتين أ<sup>١</sup> ، أ<sup>٢</sup> على التوالي ، أي أن الجزء المتناقص لمنحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل يمر بمنحنى متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير عند نقطه الى يسار النهاية الصغرى لهذا المنحنى ، حيث يتضح أن النقطة أ<sup>١</sup> على منحنى متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير للمشروع ( ١ ) تقع الى يسار النقطة ب<sup>١</sup> التي تمثل النهاية الصغرى لهذا المنحنى ، وبالمثل فان النقطة أ<sup>٢</sup> بالنسبة للمشروع ( ٢ ) تقع الى يسار نقطه النهاية الصغرى ب<sup>٢</sup> . أما فيما يتعلق بالنقطة ب<sup>٣</sup> فانها تمثل النهاية الصغرى لكل من منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل ومنحنى متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير ويشير هذا الى ما يسمى " الحجم الأمثل للمشروع The optimum scale of plant

، حيث يعرف الحجم الأمثل للمشروع بأنه ذلك الحجم الذي يمر فيه نقطه النهاية الصغرى لمنحنى متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير عند نقطه النهاية الصغرى لمنحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل وعلى هذا فان منحنى متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير للمشروع رقم ( ٣ ) يمثل الحجم الأمثل لمختلف المشروعات المبينه في الشكل رقم ( ٢٠ ) . فيما وراء النقطة ب<sup>٣</sup> ، أي في الجزء المتزايد لمنحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل ، فان أي نقطه على هذا المنحنى تمس أي منحنى لمتوسط التكاليف الكلية للأجل القصير عند نقطه الى يمين النهاية الصغرى لمنحنى الأجل القصير كما يتضح عند النقطة أ<sup>٣</sup> على منحنى متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير للمشروع ( ٤ ) والنقطة أ<sup>٤</sup> على منحنى المشروع ( ٥ ) ، حيث أن النقطتين أ<sup>٣</sup> ، أ<sup>٤</sup> تقعان على يمين نقطتي النهاية الصغرى ب<sup>٣</sup> ، ب<sup>٤</sup> للمشروع (٤) وللمشروع ( ٥ ) على التوالي . وبالرجوع الى النقط أ<sup>١</sup> ، أ<sup>٢</sup> ، أ<sup>٣</sup> ، أ<sup>٤</sup> على منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل التي تمثل نقط المماس لمنحنيات الأجل القصير ، والنقط ب<sup>١</sup> ، ب<sup>٢</sup> ، ب<sup>٣</sup> ، ب<sup>٤</sup> ،



التي تمثل نقط النهايات الصغرى لمنحنيات متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير للمشروعات ( ١ ) ، ( ٢ ) ، ( ٣ ) ، ( ٤ ) ، ( ٥ ) على التوالي ، والتي تمثل كل منها نقطة الحجم الأمثل للانتاج لكل من هذه المشروعات على الترتيب ، يمكن ابراز الحقائق التالية :

١- عند حجم الانتاج ما بين أ ، س ٣ - أى فى ظل وفورات الحجم - فان المنشأ تحقق أقل تكاليف بواقع وحدة الانتاج اذا ما استخدمت حجما للمشروع أقل من الحجم الأمثل عند أقل من الحجم الأمثل للاقتاج .

٢- عند حجم الانتاج الذى يزيد عن س ٣ - أى فى ظل مضيعات الحجم - فان المنشأ تحقق أقل تكاليف بواقع وحدة الانتاج اذا ما استخدمت حجما للمشروع أكبر من الحجم الأمثل عند أكبر من الحجم الأمثل للانتاج .

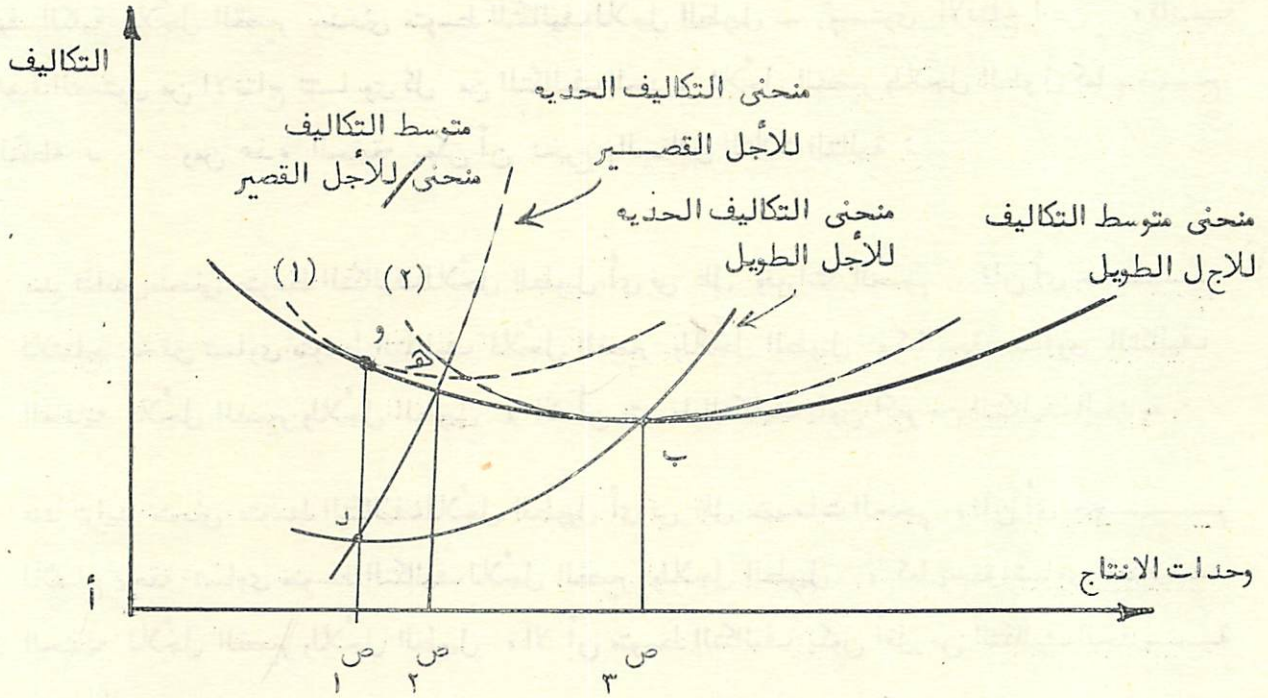
٣- عند حجم الانتاج س ٣ فان المنشأ تحقق أقل التكاليف بواقع وحدة الانتاج اذا استخدمت الحجم الأمثل للمشروع عند الحجم الأمثل للانتاج .

وفى الحقيقة فان الشكل الذى عليه منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل يرجع الى مبررات اقتصادية ، فعند اتجاه هذا المنحنى الى أسفل كنتيجة لزيادة حجم الانتاج فان هذا يرجع الى ما يسمى وفورات الحجم Economies of scale ، ومن بين العوامل التى تحقق وفورات الحجم هى توزيع العمل والتخصص فيه واستخدام التطور التكنولوجى واستعمال الحجم الأكبر من الآلات . أما عندما يتجه منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل الى أعلى كنتيجة لزيادة الانتاج فان هذا يرجع الى ما يسمى مضيعات الحجم Diseconomies of scale ، ومن بين العوامل التى ترجع اليها مضيعات الحجم هى سوء الادارة وصعوبة التنظيم والتحكم فى الانتاج . أى أنه يمكن القول أن زيادة حجم الانتاج يصاحبها ولا رفع الكفاءة ، الانتاجية كنتيجة لوفورات الحجم ، ويستمر هذا الى حد معين حتى يتم الاستفادة من الوفورات الممكنة . الا أن الاستمرار فى زيادة حجم الانتاج الى ما هو أكبر من الطاقه الانتاجية للمنشأ لا بد وأن يصاحبه تدور الكفاءة الانتاجية كنتيجة لمضيعات الحجم .



وبالنسبة لمنحنى التكاليف الحدية للأجل الطويل فإنه يمثل التغير فى التكاليف الكليـة الناتج عن تغير وحده واحد فى الانتاج ، كما أن العلاقة التى تربط هذا المنحنى بمنحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل هى نفس العلاقة التى تربط منحنى التكاليف الحدية ومنحنى متوسط التكاليف الكليـة للأجل القصير كما يتبين فى الشكل ( ٢١ )

شكل ( ٢١ )



ويتضح من الشكل ( ٢١ ) أن العلاقة بين منحنى التكاليف الحدية ومنحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل هى نفس العلاقة التى تربط منحنى التكاليف الحدية ومنحنى متوسط التكاليف للأجل القصير ، حيث أن منحنى التكاليف الحدية للأجل الطويل يقطع منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل عند نقطة نهايته الصغرى ب ، كما أنه عند تقاطع متوسط التكاليف للأجل الطويل مع منحنى التكاليف الحدية ، والعكس عند تزايد متوسط التكاليف فإن المتوسط أقل من التكاليف الحدية . وبديهي فإن هذه الحقائق التى تربط منحنى التكاليف الحدية ومنحنى متوسط



التكاليف للأجل الطويل تطابق تماما الحقائق التى سبق الاشارة اليها عند ايضاح العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف الكلية ومنحنى التكاليف الحديه للأجل القصير .

ومما يجدر ايضاح العلاقة بين التكاليف الحديه للأجل الطويل والتكاليف الحديه للأجل القصير ، حيث يلاحظ فى الشكل رقم ( ٢١ ) حقيقة هامة وهى عند تساوى متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير ومتوسط التكاليف للأجل الطويل كما يتبين عند النقطة و - على منحنى متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير ومنحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل - ومستوى الانتاج  $A_3$  ، فانه عند هذا المستوى من الانتاج تتساوى كل من التكاليف الحديه للأجل القصير وللأجل الطويل كما يتضح عند النقطة د . ومن هذه الحقيقة يمكن أن نخرج بالحقائق الثلاث التالية :

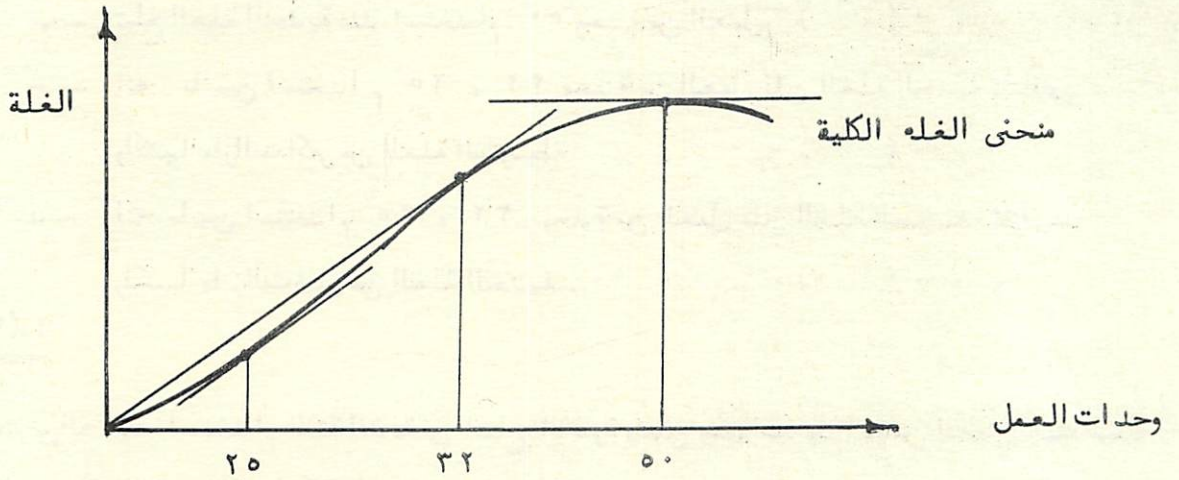
- ١- عند تناقص منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل أى فى ظل وفورات الحجم ، فان أى حجم للانتاج يحقق تساوى متوسط التكاليف للأجل القصير وللأجل الطويل ، كما يحقق تساوى التكاليف الحديه للأجل القصير وللأجل الطويل ، الا أن متوسط التكاليف يكون أكبر من التكاليف الحدية .
- ٢- عند تزايد منحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل أى فى ظل مضيعات الحجم ، فان أى حجم للانتاج يحقق تساوى متوسط التكاليف للأجل القصير وللأجل الطويل ، كما يحقق تساوى التكاليف الحديه للأجل القصير وللأجل الطويل ، الا أن متوسط التكاليف يكون أقل من التكاليف الحدية .
- ٣- عند نقطة النهاية الصغرى لمنحنى متوسط التكاليف للأجل الطويل ، فان كل من متوسط التكاليف للأجل القصير وللأجل الطويل والتكاليف الحديه للأجل القصير وللأجل الطويل والتكاليف الحديه للأجل القصير وللأجل الطويل متساوية .



تمارين

تمرين (١) :

يوضح المحور الأفقى فى الشكل التالى الوحدات المستخدمة من العمل بينما يوضح المحور الرأسى الوحدات الناتجة من القمح ، بالاستعانة بالأرقام الافتراضية المدونة على المحور الأفقى أجب على الأسئلة التالية :



- ١- تزداد الغلة الكلية عند المستويات المستخدمة من العمل التى أقل من ٠٠٠٠٠
- ٢- تصل الغلة المتوسطة اقصاها عند كل المستويات المستخدمة من العمل التى أقل من ٠٠٠٠٠
- ٣- تصل الغلة الحدية اقصاها عند استخدام وحدات العمل التى تبلغ ٠٠٠٠٠
- ٤- تتساوى الغلة الحدية والغلة المتوسطة عند استخدام وحدات العمل التى تبلغ ٠٠٠٠٠٠
- ٥- تبلغ الغلة الحدية اقل من الصفر عند استخدام وحدات العمل التى تبلغ اقل من ٠٠٠٠٠٠
- ٦- ان كل من الغلة الحدية والغلة المتوسطة تزداد عندما تكون الوحدات المستخدمة من العمل أقل من ٠٠٠٠٠٠



٧- أن الغلة المتوسطة أكبر من الغلة الحدية عند كل المستويات استخدم من العمل التي تزيد عن .....

٨- اجب على الاسئلة الباقية بعلامة صحيح ( ) او خطأ ( × )

أ- ان الغلة الكلية تزداد بمعدلات متزايدة عندما ،

- \* تكون الغلة المتوسطة أقل من الغلة الحدية ( )
- \* تكون الغلة المتوسطة تتزايد ( )
- \* تكون الغلة الحدية تتزايد ( )

ب- تبلغ الغلة الحدية عند استخدام ٥٠ وحدة من العمل ( )

ح- انه ما بين استخدام ٢٥ ، ٣٢ وحدة من العمل فان الغلة الحدية تتناقص

ولكنها مازالت اكبر من الغلة المتوسطة ( )

د- انه ما بين استخدام ٢٥ ، ٣٢ وحدة من العمل فان الغلة المتوسطة تتزايد

ولكنها ما زالت اقل من الغلة الحدية ( )

تمرين (٢) :

افترض انه عند استخدام ثلاثة افدنة في انتاج الاذرة وثمان وحدات متتالية من العمل كانت الغلة

الكلية والمتوسطة والحدية للعمل كما يلي : -

| وحدات الارض | وحدات العمل | الغلة الكلية للعمل | الغلة المتوسطة للعمل | الغلة الحدية للعمل |
|-------------|-------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| ٣           | ١           | ١٠                 | ١٠                   | -                  |
| ٣           | ٢           | ٢٤                 | ١٢                   | ١٤                 |
| ٣           | ٣           | ٣٩                 | ١٣                   | ١٥                 |
| ٣           | ٤           | ٥٢                 | ١٣                   | ١٣                 |
| ٣           | ٥           | ٦١                 | ١٢٫٢                 | ٩                  |
| ٣           | ٦           | ٦٧٫٢               | ١١٫٢                 | ٦٫٢                |
| ٣           | ٧           | ٦٧٫٢               | ٩٫٦                  | صفر                |
| ٣           | ٨           | ٦٤٫٠               | ٨                    | ٣٫٢                |

احسب من هذه البيانات الافتراضية الغلة الكلية والمتوسطة والحدية لعنصر الارض .



تعريف (٣) :

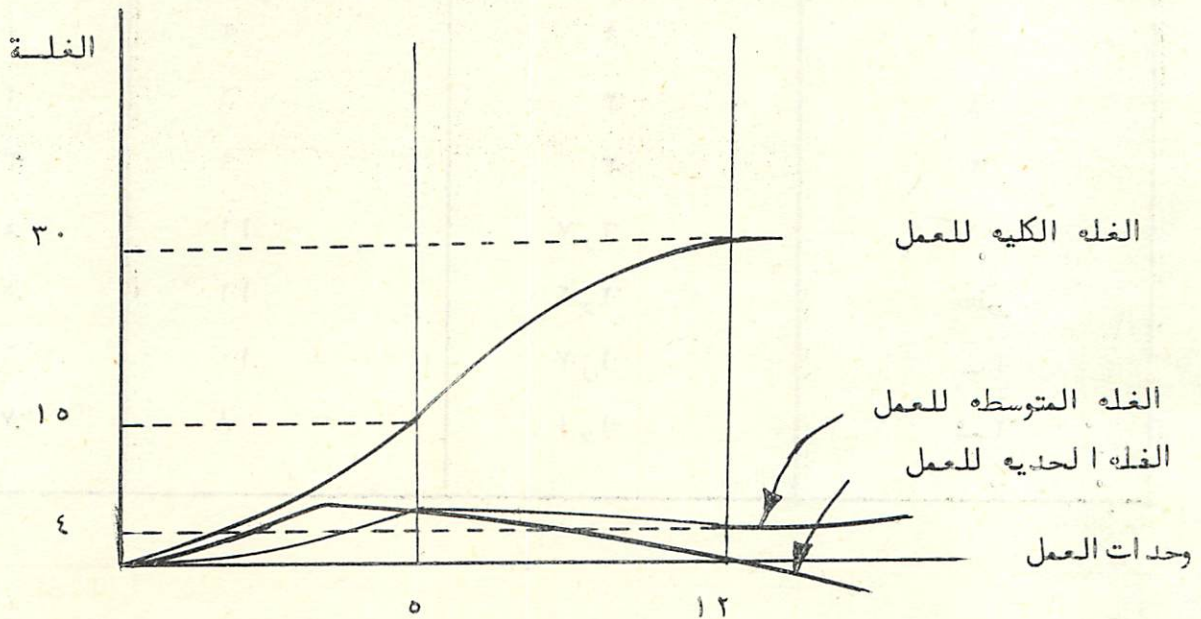
عند استخدام مساحة قدرها فداناً لإنتاج القمح مع ثبات العناصر الأخرى ماعدا عنصر السماد الذي استخدم منه الوحدات التالية :

٢ ٤ ٦ ٨ ١٠ ١٢ ١٤ ١٦ ١٨ افتراض  
صوره رقميه للغلة الكلية والغلة الحدية والغلة المتوسطة التي تحقق العلاقة بين هذه الغلات طبقاً لقوانين الغلة .

تعريف (٤) :

يوضح المحور الأفقى فى الشكل التالى الوحدات المستخدمة من العمل أما المحور الرأسى فيوضح الوحدات الناتجة من الارز وبافتراض أن العناصر الأخرى ثابتة أجب على الأسئلة التالية :

- ١- عند الوحدة ١٢ من العمل فإن الغلة المتوسطة للعنصر الثابت تبلغ .....  
كما أن الغلة الكلية للعنصر الثابت تبلغ .....
- ٢- عند الوحدة ..... من العمل تبلغ الغلة الحدية للعنصر الثابت صفراً بينما تبلغ الغلة الحدية للعمل صفراً عند استخدام الوحدة ..... من العمل .



- ٣- عندما تبلغ الغلة الكلية للعمل ١٥ وحدة فإن الغلة الحدية للعنصر الثابت تبلغ . . . . .
- ٤- ان الوحدة الخامسة والثانية عشر المستخدمة من العمل تمثل الكفاءة القصوى لوحدة العنصر . . . . . ولوحدة العنصر . . . . . على التوالي .
- ٥- تزداد كفاءة وحدة العنصر من . . . . . وحدة و . . . . . وحدة من العمل بينما تتناقص كفاءة وحدة العمل مابعد الوحدة . . . . . من العمل .
- ٦- تبلغ مرونة الانتاج لوحدة العمل واحد صحيح عند استخدام الوحدة . . . . . من العمل بينما تبلغ الصفر عند استخدام الوحدة . . . . . من العمل .

تمرين (٥) :

اذا فرض أن مساحة قدرها فدانا أستخدمت في انتاج محصول معين وأن عناصر الانتاج المختلفة بقيت دون تغير ماعدا الوحدات المستخدمة من عنصر السماد ، وأن الغلة الكلية والمتوسطه والحدية تطابق القيم الافتراضيه التالية :

| وحدات السماد | الغلة الكلية للسماد | الغلة المتوسطه للسماد | الغلة الحدية للسماد |
|--------------|---------------------|-----------------------|---------------------|
| ١            | ٢                   | ٢                     | ٢                   |
| ٢            | ٦                   | ٣                     | ٤                   |
| ٣            | ٩                   | ٣                     | ٣                   |
| ٤            | ١١                  | ٢٫٧                   | ٢                   |
| ٥            | ١١                  | ٢٫٢                   | صفر                 |
| ٦            | ١٠                  | ١٫٧                   | ١ -                 |
| ٧            | ٨                   | ١٫١                   | ٢ -                 |

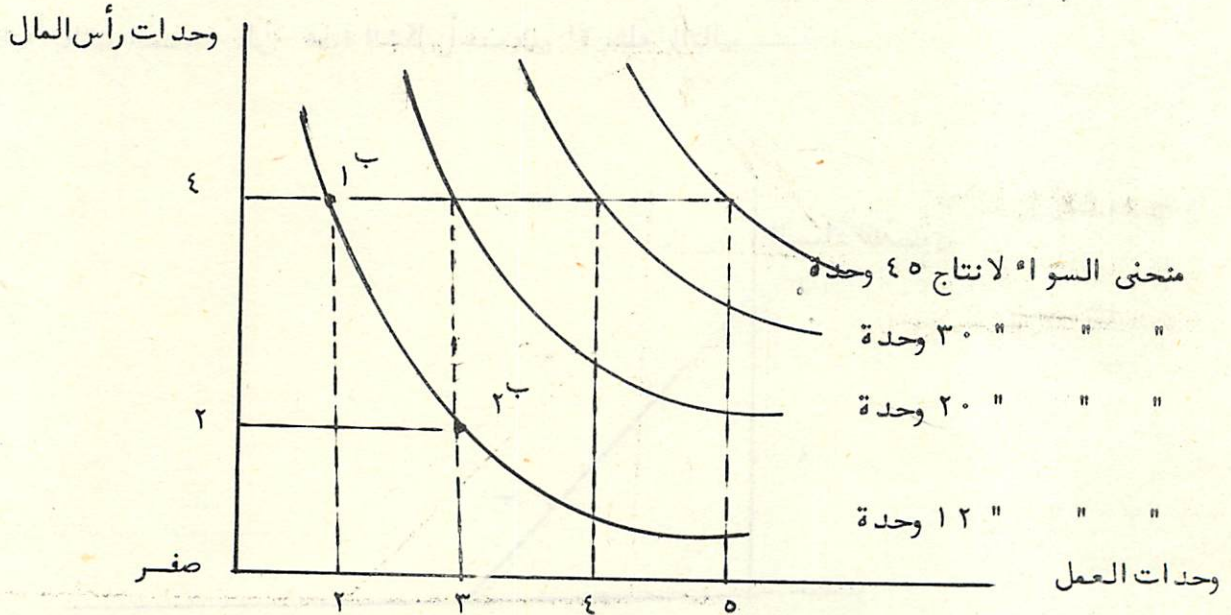


بالاستعانة بالقيم المدونة في الجدول السابق ، اجب على الاسئلة التالية :

- ١- اذ فرض أن سعر الوحدة من السماد تبلغ ١٠٠ قرشا وأن سعر الوحدة من الانتاج تبلغ ٥٠ قرشا فما هو الحجم الامثل الواجب استخدامه من وحدات السماد .....
- ٢- ولكن اذا فرض أن سعر الوحدة من السماد ازداد الى الضعف وان سعر وحدة الانتاج بقي دون تغير ، فما هو الحجم الامثل لاستخدام وحدات السماد .....

تمرين (٦) :

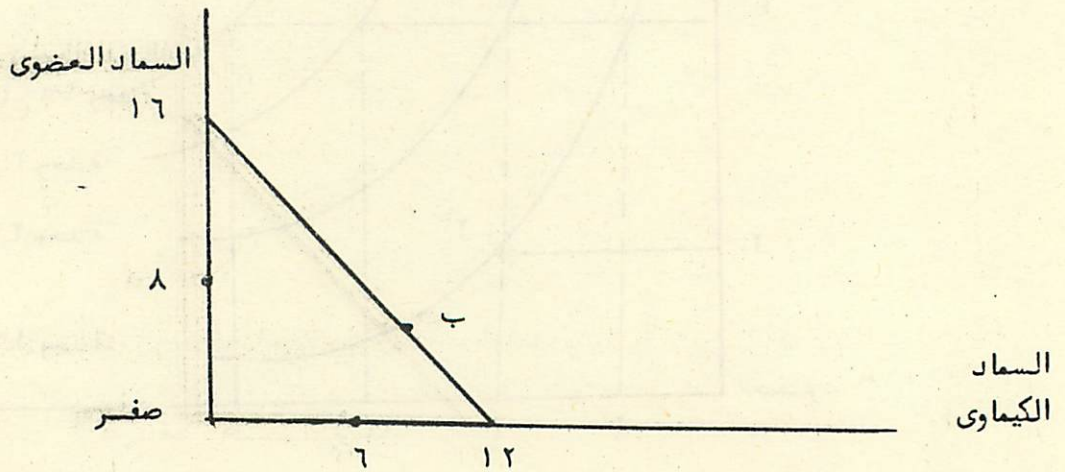
يوضح الشكل التالي منحنيات السواء لانتاج محصول معين باستخدام وحدات العمل ووحدات رأس المال مع افتراض بقاء العناصر الاخرى دون تغير ، فبالاستعانة بهذا الشكل أجب على الاسئلة التالية :



- ١- ان ثلاث وحدات من كل من العمل ورأس المال تنتج على الأقل ..... وحدة من الانتاج ولكن أقل من .....
- ٢- ان أربع وحدات من رأس المال ومع وحدات من العمل تنتج ..... وحدة .
- ٣- ان المعدل الحدى لاستبدال العمل لرأس المال بين النقطتين ب ١ ، ٢ تساوى تقريبا . . . . .
- ٤- ان المعدل الحدى لاستبدال العمل لرأس المال على أى منحنى فى الشكل الأعلى يزداد بزيادة وحدات عنصر ..... .
- ٥- عندما يكون الانتاج عند النقطة ب فان الغلة المتوسطة لرأس المال عند هذا المستوى تساوى ..... ، ولكن الغلة المتوسطة للعمل تبلغ ..... .

تعريف (٧) :

يوضح الشكل التالى خط السواء للتكاليف باستخدام عنصرى السماد العضوى ،  
فلاستعانه بالقيم المدونه على هذا الشكل أجب على الاسئلة التالية :

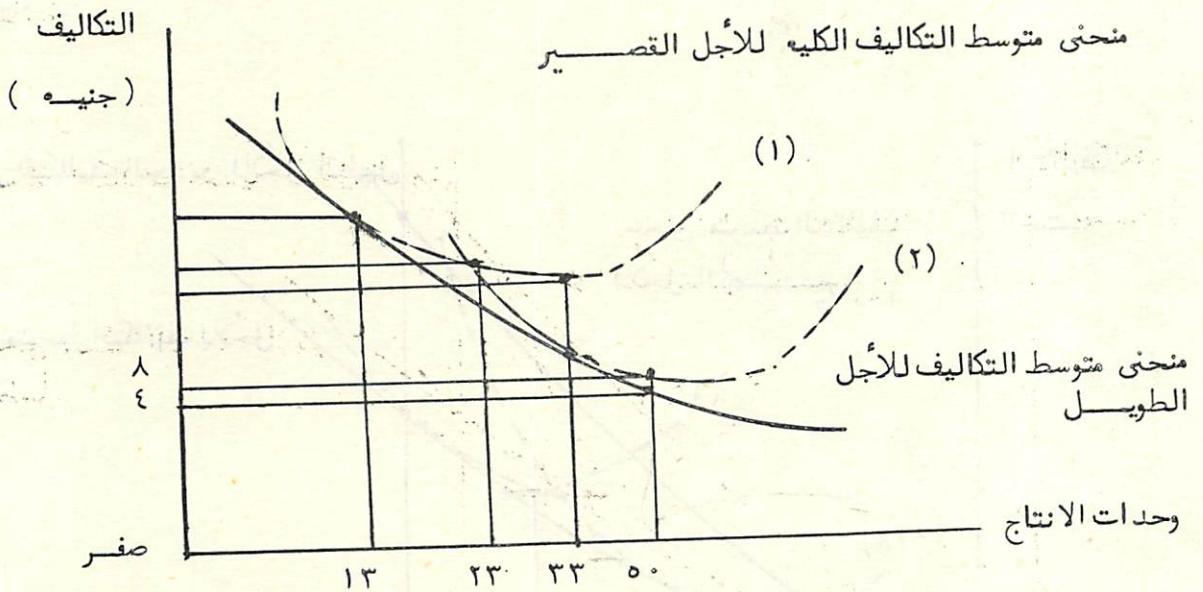




- ١- اذا فرض أن سعر الوحدة من السماد الكيماوى تساوى أربع جنيهات فان سعر الوحدة من السماد العضوى تقدر بنحو .....
- ٢- ولكن اذا فرض أن سعر الوحدة من السماد الكيماوى تساوى خمس جنيهات فان خط السواء للتكاليف يمثل تكاليف قدرها ..... جنيها .
- ٣- ان افتراض الزيادة المتعاضلة لأسعار السماد الكيماوى والسماد العضوى تعنى نقل خط السواء للتكاليف الى .....

تمرين ( ٨ ) :

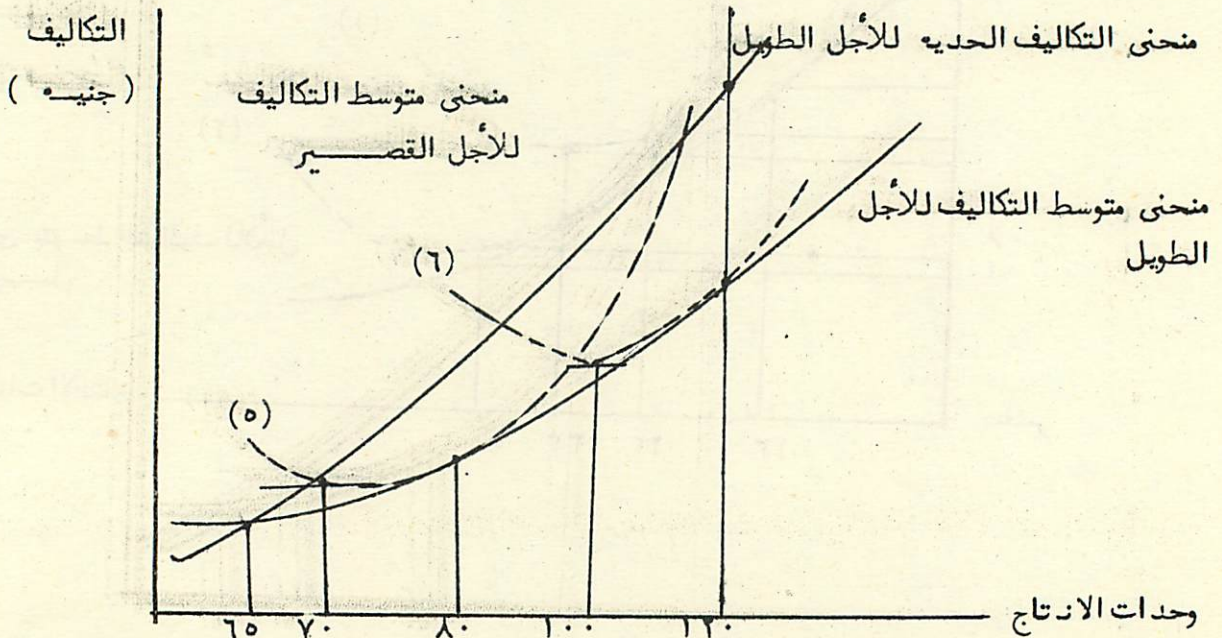
يوضح الشكل التالى أجزاء منحنيات متوسط التكاليف للأجل الطويل متوسط التكاليف الكلية للأجل القصير للمشروع (١) ومتوسط التكاليف الكلية للمشروع (٢) ، أكمل الجمل التالية :



- ١- ان مشروع (١) يعتبر أكثر كفاءة عن مشروع (٢) لكل مستويات الانتاج التي أقل من . . . . .
- ٢- لكي تنتج ٣٣ وحدة من الانتاج لابد من استخدام المشروع . . . . .
- ٣- يتقاطع كل من متوسط التكاليف للأجل القصير وللأجل الطويل عند مستوى الانتاج . . . . .
- ٤- لكي تنتج ٢٣ وحدة من الانتاج لابد من استخدام المشروع . . . . .
- ٥- في الأجل الطويل فإن أقل وحدة تكاليف لانتاج ٥٠ وحدة انتاج تساوى . . . . . جنيها .

تعرين (٩) :

يوضح الشكل التالى أجزاء من منحنيات من متوسط التكاليف والتكاليف الحدية للأجل الطويل ومتوسط التكاليف الكلية للأجل القصير للمشروع (٥) وللمشروع (٦) ، أجب على الأسئلة التالية :





- ١- أكمل فى الرسم منحى التكاليف الحديدية للمشروع ( ٥ ) ومنحنى التكاليف الحديدية للمشروع ( ٦ ) .
- ٢- حدد العلاقة بين متوسط التكاليف والتكاليف الحديدية للأجل القصير للمشروع ( ٦ ) عند مستوى الانتاج ١٠٠ وحدة .
- ٣- حدد العلاقة بين متوسط التكاليف والتكاليف الحديدية للأجل القصير للمشروع ( ٥ ) عند مستوى الانتاج ٢٠ وحدة .
- ٤- حدد العلاقة بين كل من متوسط التكاليف للأجل القصير وللأجل الطويل والتكاليف الحديدية للأجل القصير وللأجل الطويل عند مستوى الانتاج ٦٥ وحدة .

تعرين (١٠) :

- ١- عرف كل من الحجم الأمثل للانتاج والحجم الأمثل للمشروع وحدد العلاقة بين هذين المفهومين .
- ٢- أضح بيانيا العلاقة العكسية بين متوسط التكاليف والتكاليف الحديدية وبين متوسط الانتاج والانتاج الحدى .
- ٣- أضح بيانيا العلاقة بين التكاليف الحديدية للأجل القصير والتكاليف الحديدية للأجل الطويل .
- ٤- ما أثر وفورات ومضيعات الحجم على شكل منحى متوسط التكاليف للأجل الطويل وعلى العلاقة بين منحى متوسط التكاليف للأجل الطويل ومنحنى متوسط التكاليف الكليه للأجل القصير .

المراجع

- E. O. Heady, Economics of Agricultural Production and Resource Use, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J. 1961.
- G. J. Stigler, The Theory of Price, The Macmillan Company , New York, 1957.
- H. H. Liebhafsky, The Nature of Price Theory, The Dorsey Press, Inc. Homewood , Illinois, 1963.
- J. Hadar, Elementary Theory of Economic Behavior, Addison-Welsey publishing company . London, 1966.
- L. A. Bradford & G. L. Johnson, Farm Management Analysis, John Wiley & Sons. Inc., New York, 1960.
- R. H. Leftwich, The Price System and Resource Allocation, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1962.
- W. H. Vincent, Economics and Management in Agriculture, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1962.
- W. S. Vickrey, Microstatics, Harcourt, Brace & World, Inc. New York, 1964.



## المحتويات

أولاً : تمهيد :

ثانياً : نظرية الانتاج

(١) العلاقة بين عنصر انتاجى ونتاجة

أ - قوانين الغلة

ب - غلة العنصر المتغير و غلة العنصر الثابت

ح - الحجم الأمثل للوحدات المستخدمة من عنصر الانتاج

(٢) العلاقة بين عنصرين للانتاج

أ - منحنى السواء للانتاج

ب - الحجم الأمثل للوحدات المستخدمة من عنصرين للانتاج

ح - أثر تغير أسعار عناصر الانتاج

(٣) العلاقة بين انتاج وآخر

ثالثاً : تكاليف الانتاج

(١) تعريف

(٢) منحنيات التكاليف للأجل القصير

(٣) منحنيات التكاليف للأجل الطويل